

放射性廃棄物地層処分の 人工バリアシステムの応答特性を 把握するための近似解析解の導出

大井貴夫
原子力発電環境整備機構

2011年2月
原子力発電環境整備機構

2011年2月

本資料の全部または一部を複写・複製・転載する場合は、下記へお問い合わせください。

〒108-0014 東京都港区芝4丁目1番地23号 三田NNビル2階
原子力発電環境整備機構 技術部
電話 03-6371-4004 (技術部) FAX 03-6371-4102

Inquiries about copyright and reproduction should be addressed to:
Science and Technology Department
Nuclear Waste Management Organization of Japan
Mita NN Bldg, 1-23, Shiba 4-chome, Minato-ku, Tokyo 108-0014 Japan
Phone +81-3-6371-4004 Fax +81-3-6371-4102

©原子力発電環境整備機構
(Nuclear Waste Management Organization of Japan) 2011

放射性廃棄物地層処分の 人工バリアシステムの応答特性を 把握するための近似解析解の導出

大井貴夫
原子力発電環境整備機構

2011年2月
原子力発電環境整備機構

目次

1 はじめに	1
2 近似解析解の導出	2
2.1 近似解析解導出の方法論	2
2.2 瞬時溶出の場合の近似解析解	4
2.2.1 内側境界で濃度一定，外側境界で濃度一定の条件での近似解析解	4
2.2.2 内側境界で放出率一定，外側境界で濃度一定の条件での近似解析解	7
2.3 瞬時溶出の場合の人工バリアシステムの応答特性	9
2.4 内側境界濃度が溶解度で制限される場合の人工バリアシステムの応答特性	14
2.4.1 掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q_{th} \ll Q$ の場合で内側境界濃度が溶解度で一定， 外側境界で濃度が一定の条件における人工バリアシステムの応答特性	14
2.4.2 掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q \ll Q_{th}$ の場合で内側境界濃度が溶解度で一定， 外側境界で濃度が一定の条件における人工バリアシステムの応答特性	16
2.5 内側境界からの放出率が溶出率で制限される場合の人工バリアシステムの応答特性	20
2.5.1 掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q_{th} \ll Q$ の場合で内側境界からの放出率が一定， 外側境界で濃度が一定の条件における人工バリアシステムの応答特性	20
2.5.2 掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q \ll Q_{th}$ の場合で内側境界からの放出率が一定， 外側境界で濃度が一定の条件における人工バリアシステムの応答特性	21
2.6 人工バリアシステムの応答の仕組みのまとめ	24
2.7 目標線量以下にするための核種の閉じ込め時間	27
2.8 近似解析解の補正と近似解析解の特性	28
3 近似解析解の妥当性の確認	34
3.1 グループ1のI-129の結果の比較	34
3.2 グループ2の結果の比較	35
3.2.1 C-14の結果の比較	35
3.2.2 Sr-90の結果の比較	36
3.2.3 Pu-239の結果の比較	38
3.3 グループ3のI-129の結果の比較	38
3.4 グループ4のSr-90の結果の比較	38
4 まとめ	40
謝辞	41
参考文献	42
付録A 内側境界濃度一定，外側境界濃度一定の条件で，崩壊を考慮した直交座標系 一次元の拡散方程式の解析解	44
付録B 内側境界濃度一定，外側境界濃度一定の場合の定常状態での拡散媒体中の核 種量 W_b	47
付録C 内側境界からの放出率一定，外側境界濃度一定の条件で，崩壊を考慮した直 交座標系一次元の拡散方程式の解析解	50

付録 D	内側境界からの放出率一定，外側境界濃度一定の場合の定常状態での拡散媒体中の核種量 W_b	54
付録 E	a を含む指数関数の 2 次の項までのテーラー展開.....	56
付録 F	G7, G8, G9, G3G8+G7, 2G4/P2+G3 の 2 次の項までのテーラー展開.....	58
付録 G	瞬時溶出の条件において，内側境界条件が機能しなくなることの確認.....	60

図目次

図 2-1	近似解析解の概念.....	3
図 2-2	掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q_{th} \ll Q$ の場合の C_{Kmax} と C_{sol} の関係の概念.....	15
図 2-3	掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q \ll Q_{th}$ の場合の C_{Kmax} と C_{sol} の関係の概念.....	16
図 2-4	溶解度一定の近似解析解から得られた放出率と地下水流量の関係の概念.....	18
図 2-5	溶解度一定の近似解析解から得られた放出率と溶解度の関係の概念.....	19
図 2-6	溶出率一定の近似解析解から得られた放出率と地下水流量の関係の概念.....	23
図 2-7	溶出率一定の近似解析解から得られた放出率と溶出率の関係の概念.....	24
図 2-8	グループ 2 の C-14 の数値解の結果と近似解析解の結果および定常到達時間の近似値を用いて補正した結果の比較（地下水流量レファレンス）.....	33
図 2-9	グループ 2 の C-14 の数値解の結果と近似解析解の結果および定常到達時間の近似値を用いて補正した結果の比較（地下水流量 1000 倍）.....	33
図 3-1	第 2 次 TRU レポートのレファレンスケースの結果と近似解析解の結果の比較（グループ 1 の I-129）.....	34
図 3-2	第 2 次 TRU レポートのレファレンスケースの結果と近似解析解の結果の比較（グループ 2 の C-14）.....	35
図 3-3	第 2 次 TRU レポートのレファレンスケースの結果と近似解析解の結果の比較（グループ 2 の C-14：初期の核種量補正）.....	36
図 3-4	第 2 次 TRU レポートのレファレンスケースの結果と近似解析解の結果の比較（グループ 2 の Sr-90）.....	37
図 3-5	第 2 次 TRU レポートのレファレンスケースの結果と近似解析解の結果の比較（グループ 2 の Sr-90：初期の核種量補正）.....	37
図 3-6	第 2 次 TRU レポートのレファレンスケースの結果と近似解析解の結果の比較（グループ 2 の Pu-239）.....	38
図 3-7	第 2 次 TRU レポートのレファレンスケースの結果と近似解析解の結果の比較（グループ 3 の I-129）.....	39
図 3-8	第 2 次 TRU レポートのレファレンスケースの結果と近似解析解の結果の比較（グループ 4 の Sr-90）.....	39

表目次

表 2-1	人工バリアシステムの応答の仕組みの分類(1/2).....	25
-------	-------------------------------	----

1 はじめに

放射性廃棄物の地層処分の安全は、人工的な障壁（人工バリア）と天然の岩体／地層（天然バリア）からなる多重バリアシステムによって確保され、その安全性は主として、多重バリアシステムを流れる地下水を移行する放射性核種の移行挙動を解析・評価することによって示される。この核種移行解析においては、設計条件や地質条件によって規定される処分環境の影響を受けて変化する溶解度や収着分配係数、拡散係数などのパラメータが用いられる。

処分システムの頑健性を向上させ、その安全性に対する信頼を得るためには、このような処分環境に応じて変化する核種移行パラメータに対する処分システムの応答特性（システムの応答の仕組み）を理解・把握し、処分システムの頑健性の程度を提示するとともに、必要に応じて、頑健性を向上させるための合理的な解決策を導出することが重要である。そのため、これまで、このような特性を把握することの重要性が指摘されている（大井ほか, 2004 : IAEA, 2004 : T. Ohi et al., 2006 : 原子力安全委員会, 2007 : 江橋ほか, 2009）。

放射性核種の移行挙動は、移流・拡散（分散）に基づく物質移行により表現され、これまでに、核種の移行挙動を解析的に解くため、様々な条件に対応した移流・拡散（分散）方程式に対する厳密解が導出されている（例えば, J. CRANK, 1975 : P. L. Chambre, et al., 1985 : S. J. Zavoshy, et al., 1988 : J. Ahn, et al., 1988 など）。厳密解は、得られる関係式に基づいて、処分システムの応答特性を定性、定量的に容易に理解・把握することができる有用なツールであり、様々な条件に対する導出が試みられている。しかし、導出可能な条件が限られ、必ずしも、実際の条件に即した厳密解が得られるわけではない。そのため、これまでなされている多くの安全評価（例えば、核燃料サイクル開発機構, 1999a, 1999b : 電気事業連合会・核燃料サイクル開発機構, 2005 : SKB, 2006）においては、数値解が用いられ、多数回の解析に基づく感度解析を通じて処分システムの応答特性が定性、定量的に把握されている。この数値解に基づく解析では、パラメータ間関係式が示されないため、応答特性を定性、定量的に容易に理解することは困難であるが、計算機を利用することにより、実際の条件に即した放射性核種の移行挙動を柔軟に解析することが可能である。このように厳密解と数値解には、それぞれ、メリット／デメリットがあり、処分システムの応答特性を理解・把握するために、これらのメリット／デメリットの理解に基づきそれぞれの手法が適切に利用されている。一方、厳密解の利点を利用し、処分システムの応答特性をより簡便に適切に理解・把握するため、処分システムが有する応答特性を損なわない範囲で、対象となる体系を簡略化することによって解析解を導出することが試みられている（大井, 仲島, 1997 : T. Ohi, K. Nakajima, 1997 : 鈴木ほか, 2009 : S. Mitsui, et al., 2009）。

本検討においては、複数の構成要素を有し、複雑な応答特性を示す人工バリアシステムに着目し、その特性や頑健性の程度を容易に適切に理解・把握することを目的として、可能な限り現実に即した条件において人工バリア中の核種の移行挙動を表す近似解析解の導出を試みることにした。

以下、2章において、近似解析解導出の方法論について、3章において、数値解との比較による近似解析解の妥当性について示し、4章において、まとめを記述する。

2 近似解析解の導出

2.1 近似解析解導出の方法論

内側境界で濃度一定、または、内側境界からの放出率一定の条件で、外側境界濃度の一定値が掘削影響領域中の地下水流量によって変化するという境界条件のもとで、移流、拡散、収着、溶解度制限、初期の核種量の枯渇、崩壊を考慮した場合の直交座標系 1 次元の拡散方程式に対する近似解析解を導出した。この近似解析解の導出においては、既存の近似解析解* (大井, 仲島, 1997: T. Ohi, K. Nakajima, 1997) を導出する際に用いた以下の仮定と近似を採用した。

- ▶ 拡散媒体からの放出率の最大値は、与えられた初期の核種量において形成される最大の定常状態の放出率によって示されると仮定する
- ▶ 定常状態に到達する時間までに起こる廃棄体中の初期の核種の崩壊量と定常状態に到達する時間までに拡散媒体から放出される核種量を微量として無視することで、定常状態における人工バリア中の核種の存在量を、廃棄体中の初期の核種量を用いて近似する

*高レベル放射性廃棄物の拡散媒体からの核種の放出挙動を解析するために導出した、内側境界濃度一定、外側境界濃度 0 という境界条件のもとで、拡散、収着、溶解度制限、初期の核種量の枯渇を考慮し、崩壊を無視した場合の円筒座標系 1 次元の拡散方程式に対する近似解析解

この仮定・近似に基づく近似解析解の概念を図 2-1 に示す。

図 2-1 の(1), (2)式で示される以下の 2 つの関係式は、廃棄体中に存在する全核種が瞬時に拡散媒体に放出される場合 (瞬時溶出の条件) に、既知量である初期の核種量および掘削影響領域中の地下水流量と、未知量である内側境界濃度および外側境界濃度とを関係付ける核種量の保存の式である。近似解析解は、この 2 つの関係式を連立させることによって与えられる。

- (1)定常状態に到達する時間までに起こる廃棄体中の初期の核種の崩壊量と定常状態に到達する時間までに拡散媒体から放出される核種量を微量として無視することで、定常状態における人工バリア中の核種の存在量と廃棄体中の初期の核種量が等しいとする近似から得られる質量保存式。
- (2)拡散媒体から掘削影響領域に単位時間当たりに拡散および移流により放出される核種の移行量と掘削影響領域から周辺の岩盤に単位時間当たりに移流および拡散によって運び去られる核種の移行量、単位時間当たりの掘削影響領域中の核種の崩壊量から得られる連続の式。

解析対象は、TRU 廃棄物の人工バリア領域 (充填材領域, 緩衝材領域, 掘削影響領域) (電気事業連合会・核燃料サイクル開発機構, 2005) (高レベル放射性廃棄物に対しては充填材領域の体積を 0 とすることで対応可能) で、これらの領域内に存在する核種量や収着、移流および拡散、掘削影響領域の地下水流量に依存して変化する核種の移行率が近似解析解によって求められる。また、溶解度や一定溶出率が内側境界条件として与えられる場合は、溶解度または一定溶出率と初期の核種量との関係を表す近似解析解を用いて、初期の核種量を再設定することによって、与えられた内側境界条件に相当する核種の移行率が求められる。さらに、与えられた処分環境条件において目標とする線量を下回るための初期の核種量の上限值、核種の閉じ込め期間が求められる。

この近似解析解を用いることで、掘削影響領域の地下水流量の変化と放出率との関係、廃棄体からの核種溶出率や核種の溶解度の変化と放出率との関係、充填材および緩衝材の収着分配係数、拡散係数、空隙率、幾何形状の変化と放出率との関係、さらには、これらの変化が及ぼす放出率への影響などを定性、定量的に理解・把握することが容易になる。これらの解析は、パソコン上の汎用表計算ソフトなどにより容易に行うことが可能である。

以下、内側境界濃度一定（溶解度制限）の場合および内側境界からの放出率一定（溶出率一定）の場合の近似解析解を示す。ここで、溶解度や溶出率が任意の値よりも大きい場合は、初期の核種量の全量が瞬時に拡散媒体へ溶出する条件（瞬時溶出の条件）となり、これら2つの境界条件に対応する近似解析解は等しくなる。ここでは、まず、瞬時溶出の条件で2つの境界条件に対応する近似解析解を示し、それらが等しいことを確認した後に、それぞれの境界条件に応じた解を示すこととする。

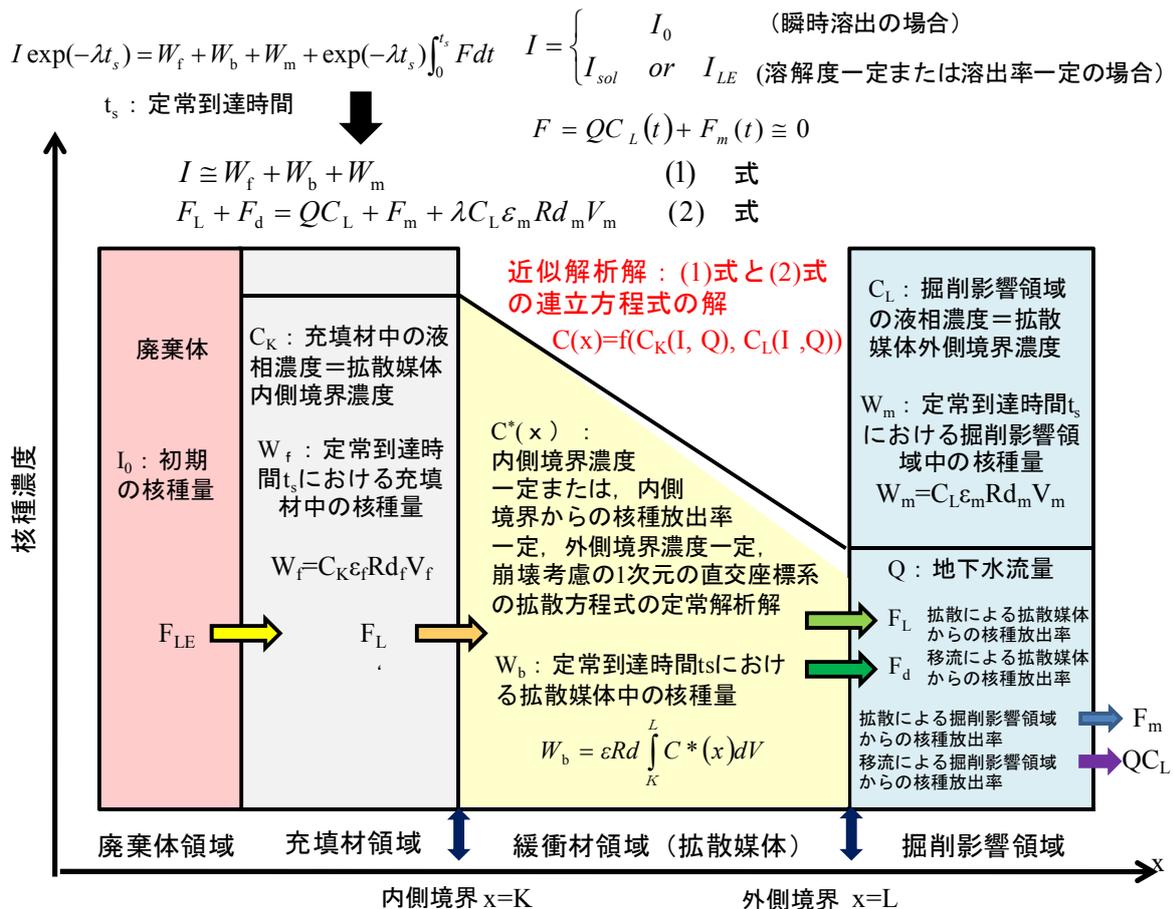


図 2-1 近似解析解の概念

2.2 瞬時溶出の場合の近似解析解

2.2.1 内側境界で濃度一定，外側境界で濃度一定の条件での近似解析解

一次元の直交座標系で崩壊を考慮した場合の核種の拡散による移行は以下の式で表わされる。

$$\{\varepsilon + (1-\varepsilon)Kd\rho\} \frac{\partial C}{\partial t} = De \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - \{\varepsilon + (1-\varepsilon)Kd\rho\} \lambda C$$

- ε : 拡散媒体の空隙率 (-)
- Kd : 拡散媒体の収着分配係数 (m^3/kg)
- ρ : 拡散媒体の真密度 (kg/m^3)
- C : 拡散媒体液相中の濃度 (Bq/m^3)
- t : 時間 (y)
- De : 拡散媒体の実効拡散係数 (m^2/y)
- x : 距離 (m)
- λ : 崩壊定数 ($1/y$)

拡散媒体内側境界濃度が C_K で一定，外側境界濃度が C_L で一定の場合の定常状態での濃度プロファイル $C^*(x)$ は，定数係数の同次方程式の解として 2.2.1-(1) 式のように表される (付録 A 参照)。また，拡散媒体外側からの放出率は，2.2.1-(1) 式を用いて 2.2.1-(2) 式のように表される。

$$C^*(x) = \frac{1}{P1} \left[\left(C_K \frac{1}{h2} - C_L \frac{1}{h1} \right) \exp(\sqrt{ax}) - h1h2 \left(C_K \frac{1}{h1} - C_L \frac{1}{h2} \right) \exp(-\sqrt{ax}) \right] \quad 2.2.1-(1)$$

$$F_L = -DeE \left. \frac{\partial C}{\partial x} \right|_{x=L} = -E\sqrt{\lambda\varepsilon RdDe} \frac{(2C_K - C_L P2)}{P1} = -G1 \frac{(2C_K - C_L P2)}{P1} \quad 2.2.1-(2)$$

ここで，

$$a = \frac{\lambda\varepsilon Rd}{De}, \quad h1 = \exp(\sqrt{a}K), \quad h2 = \exp(\sqrt{a}L), \quad P1 = \left(\frac{h1}{h2} - \frac{h2}{h1} \right)$$

$$P2 = \left(\frac{h1}{h2} + \frac{h2}{h1} \right), \quad G1 = E\sqrt{\lambda\varepsilon RdDe} = EDe\sqrt{a}$$

とおく。

- C_K : 拡散媒体の一定の内側境界濃度 (Bq/m^3)
- C_L : 拡散媒体の一定の外側境界濃度 (Bq/m^3)
- F_L : 定常状態での拡散媒体から掘削影響領域への拡散による核種放出率 (Bq/y)
- E : 拡散媒体外側の表面積 (m^2)
- L : 拡散媒体外側までの距離 (m)
- Rd : 拡散媒体の遅延係数 $Rd = 1 + \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon} Kd\rho$

定常状態での拡散媒体中の核種量 W_b は 2.2.1-(3)式で表される (付録 B 参照)。

$$W_b = 2\pi\ell\epsilon R d \int_K^L \{C^*x\} dx = G2 \frac{(P3C_K + P4C_L)}{P1} \quad 2.2.1-(3)$$

ここで,

$$G2 = 2\pi\ell\epsilon R d, \quad P3 = \frac{(2\sqrt{a}L - P2\sqrt{a}K + P1)}{a}, \quad P4 = \frac{(2\sqrt{a}K - P2\sqrt{a}L - P1)}{a}$$

とおく。

W_b : 定常状態で拡散媒体中に存在する核種量 (Bq)

ℓ : 廃棄体定置領域の長さ (m)

K : 拡散媒体内側までの距離 (m)

定常状態で人工バリア内 (充填材領域, 緩衝材領域, 掘削影響領域) に存在する核種量の保存に関する近似式が 2.2.1-(4)式で表される。

$$I_0 \cong W_f + W_b + W_m = C_K G4 + W_b + C_L G3 \quad 2.2.1-(4)$$

ここで,

$$G3 = \epsilon_m R d_m V_m, \quad G4 = \epsilon_f R d_f V_f$$

とおく。

W_f : 定常状態で充填材領域中に存在する核種量 (Bq)

W_m : 定常状態で掘削影響領域中に存在する核種量 (Bq)

I_0 : 廃棄体中の初期の核種量 (Bq)

f : 充填材領域を表す添え字

m : 掘削影響領域を表す添え字

定常状態の掘削影響領域内での核種の移動に関する連続の式は 2.2.1-(5)式で表される。

$$0 = F_L + F_d - QC_L - F_m - \lambda C_L V_m \epsilon_m R d_m \quad 2.2.1-(5)$$

ここで,

$$F_d = C_a Q_d = \frac{W_b}{V_d \epsilon R d} Q_d \quad 2.2.1-(6)$$

とおく。

F_d : 定常状態での拡散媒体から掘削影響領域への移流による核種放出率 (Bq/y)

C_a : 定常状態での拡散媒体中の平均濃度 (Bq/m³)

Q_d : 人工バリア内の地下水流量 (m³/y)

V_d : 拡散媒体の体積 (m³) (台形公式により算出) $V_d = \pi l(L+K)(L-K)$

Q : 掘削影響領域の地下水流量 (m³/y)

F_m : 定常状態での掘削影響領域から天然バリアへの拡散による核種放出率 (Bq/y)

$$F_m = -De_m E_m \frac{\partial C_L}{\partial x} \Big|_{x=L+m} = -De_m E_m \frac{C_{Lm} - C_L}{L_m} \quad 2.2.1-(7)$$

De_m : 掘削影響領域の実効拡散係数 (m²/y)

E_m : 掘削影響領域外側の表面積 (m²)

m : 掘削影響領域の厚さ(m)

L_m : 掘削影響領域外側からの任意の距離 (m)

C_{Lm} : 掘削影響領域外側から L_m の距離における濃度 (Bq/m³)

2.2.1-(4)式と 2.2.1-(5)式を連立させることにより, 外側境界濃度 C_L と内側境界濃度 C_K , さらに, F_L , F_d , QC_L , F_m がそれぞれ以下のように与えられる。

$$C_L = \frac{I_0}{(G3G8 + G7)} G8 \quad 2.2.1-(8)$$

$$C_K = \frac{I_0}{(G3G8 + G7)} \left[\left(\frac{G6}{G1} P1 - P2 \right) - \left(\frac{G2G5}{G1} P4 \right) \right] \quad 2.2.1-(9)$$

$$F_L = -\frac{I_0}{(G3G8 + G7)} \left[2G6 - G2G5 \left(2 \frac{P4}{P1} + \frac{P2P3}{P1} \right) \right] \quad 2.2.1-(10)$$

$$F_d = \frac{I_0}{(G3G8 + G7)} G2G5 \left(\frac{G6}{G1} P3 - \frac{P2P3}{P1} - 2 \frac{P4}{P1} \right) \quad 2.2.1-(11)$$

$$QC_L = \frac{I_0}{(G3G8 + G7)} G8Q \quad 2.2.1-(12)$$

$$F_m = De_m E_m \frac{C_L}{L_m} = \frac{I_0}{(G3G8 + G7)} G8 \frac{De_m E_m}{L_m} (C_{Lm} = 0) \quad 2.2.1-(13)$$

ここで,

$$G5 = \frac{Q_d}{V_d \varepsilon R d}, \quad G6 = Q + \frac{De_m E_m}{L_m} + \lambda G3$$

$$G7 = \left(G2 \frac{P3}{P1} + G4 \right) \left(\frac{G6}{G1} P1 - P2 \right) - \left(\frac{G4G5}{G1} + \frac{2}{P1} \right) G2P4 \quad G8 = \left(\frac{G5G2}{G1} P3 - 2 \right)$$

とおく。

2.2.2 内側境界で放出率一定，外側境界で濃度一定の条件での近似解析解

拡散媒体内側境界からの放出率が F_K で一定，外側境界濃度が C_L で一定の場合の定常状態での濃度プロファイル $C^*(x)$ は，2.2.1 項と同様に，定数係数の同次方程式の解として 2.2.2-(1) 式のように表される（付録 C 参照）。また，拡散媒体外側からの放出率は，2.2.2-(1) 式を用いて 2.2.2-(2) 式のように表される。

$$C^*(x) = \frac{\left(C_L \frac{1}{h1} - \frac{F_K}{G1} \frac{1}{h2} \right) \exp(\sqrt{ax}) + h1h2 \left(\frac{F_K}{G1} \frac{1}{h1} + C_L \frac{1}{h2} \right) \exp(-\sqrt{ax})}{P2} \quad 2.2.2-(1)$$

$$F_L = -DeE \frac{\partial C}{\partial x} \Big|_{x=L} = \frac{G1}{P2} \left[\frac{2F_K}{G1} + C_L P1 \right] = \frac{2F_K}{P2} + C_L G1 \frac{P1}{P2} \quad 2.2.2-(2)$$

F_K : 拡散媒体内側境界からの一定放出率 (Bq/y)

定常状態での拡散媒体中の核種量 W_b は 2.2.2-(3) 式で表される（付録 D 参照）。

$$W_b = 2\pi\ell\epsilon Rd \int_K^L \{C^*x\} dx = G2 \frac{\left(P5C_L - P3 \frac{F_K}{G1} \right)}{P2} \quad 2.2.2-(3)$$

ここで，

$$P5 = \frac{(2 - P1\sqrt{aL} - P2)}{a}$$

とおく。

定常状態で人工バリア内（充填材領域，緩衝材領域，掘削影響領域）に存在する核種量の保存に関する近似式は 2.2.2-(4) 式で表される。

$$I_0 \cong W_f + W_b + W_m = C_K G4 + W_b + C_L G3 \quad 2.2.2-(4)$$

定常状態の掘削影響領域内での核種の移動に関する連続の式は 2.2.2-(5) 式で表される。

$$0 = F_L + F_d - QC_L - F_m - \lambda C_L V_m \epsilon_m Rd_m \quad 2.2.2-(5)$$

$$F_d = C_a Q_d = \frac{W_b}{V_d \epsilon Rd} Q_d \quad 2.2.2-(6)$$

$$F_m = -De_m E_m \frac{\partial C_L}{\partial x} \Big|_{x=L+m} = -De_m E_m \frac{C_{Lm} - C_L}{L_m} \quad 2.2.2-(7)$$

2.2.2-(4)式と2.2.2-(5)式を連立させることにより、外側境界濃度 C_L と内側境界からの放出率 F_K 、さらには F_L 、 F_d 、 QC_L 、 F_m はそれぞれ以下のように与えられる。

$$C_L = \frac{I_0}{\left(\frac{2G4}{P2} + G3\right)G8 + G9} G8 \quad 2.2.2-(8)$$

$$F_K = \frac{I_0}{\left(\frac{2G4}{P2} + G3\right)G8 + G9} G1 \left(\frac{G2G5}{G1} P5 + P1 - \frac{G6}{G1} P2 \right) \quad 2.2.2-(9)$$

$$F_L = \frac{I_0}{\left(\frac{2G4}{P2} + G3\right)G8 + G9} \left(\frac{G2G5}{P2} (2P5 + P1P3) - 2G6 \right) \quad 2.2.2-(10)$$

$$F_d = \frac{I_0}{\left(\frac{2G4}{P2} + G3\right)G8 + G9} \left(P3 \frac{G2G5}{G1} G6 - \frac{G2G5}{P2} (2P5 + P1P3) \right) \quad 2.2.2-(11)$$

$$QC_L = \frac{I_0}{\left(\frac{2G4}{P2} + G3\right)G8 + G9} G8Q \quad 2.2.2-(12)$$

$$F_m = \frac{I_0 G8}{\left(\frac{2G4}{P2} + G3\right)G8 + G9} \frac{De_m E_m}{L_m} \quad 2.2.2-(13)$$

ここで、

$$G9 = \left(G2 \frac{P3}{P1} + G4 \right) \left(\frac{G6}{G1} - \frac{P1}{P2} \right) P1 - \left(\frac{G4G5}{G1} + \frac{2}{P1} \right) \frac{P1P5}{P2} G2$$

とおく。

2.3 瞬時溶出の場合の人工バリアシステムの応答特性

解析解の利点は、その式によって、処分システムの応答の仕組みが表現されることである。しかし、上記の近似解析解は崩壊に関わるパラメータが複雑に関与しているため、式の意味を理解することは容易ではない。そこで、得られた近似解析解を崩壊の影響を無視するなどして簡便に表現することとする。ここで、崩壊を含む項は以下のように表わされている。

$$\sqrt{a} = \sqrt{\frac{\lambda \varepsilon R d}{De}}$$

上記の項において、崩壊定数が小さい場合（半減期が長い核種の場合）、または、遅延係数が小さい場合、あるいは、実効拡散係数が大きい場合、 $\sqrt{a} \rightarrow 0$ となる。そこで、 \sqrt{a} を微小量として、 \sqrt{a} を含む指数関数を近似展開する（2次の項までのテーラー展開）。このとき、近似解析解の導出過程で導入した変数P1, P2, P3, P4, P5は以下のように表される（付録E参照）。

$$P1 \cong 2\sqrt{a}(K-L) = -2\sqrt{a}(L-K), \quad P2 \cong 2 + (L-K)^2 a, \quad P3 = -(L-K)^2 \sqrt{a} K$$

$$P4 = -(L-K)^2 \sqrt{a} L, \quad P5 = (L-K)(L+K)$$

さらに、拡散媒体からの拡散による移行特性に着目するため、人工バリア内の地下水流量 Q_d を無視する。さらに、掘削影響領域中の地下水流量が大きい場合、掘削影響領域から周辺岩盤への拡散による移行が無視できることから、掘削影響領域の実効拡散係数 De_m を0として、掘削影響領域から周辺岩盤への拡散による移行を無視することとする。この場合、

$$G5 = \frac{Q_d}{V_d \varepsilon R d} = 0, \quad G6 = Q + \frac{De_m E_m}{L_m} + \lambda G3 = Q$$

となる。

ここで、G7, G8, G9, G3G8+G7, 2G4/P2+G3は以下のように表される（付録F参照）。

$$G7 = -2 \left(\frac{Q}{EDe} (L-K) (\pi l \varepsilon R d (L-K) K + \varepsilon_f R d_f V_f) + \varepsilon_f R d_f V_f + \varepsilon R d V_d \right)$$

$$G8 = \left(\frac{G5 G2}{G1} P3 - 2 \right) = -2$$

$$G9 = -2 \left(\frac{Q}{EDe} (L-K) (\pi l \varepsilon R d (L-K) K + \varepsilon_f R d_f V_f) + \varepsilon R d V_d \right)$$

$$G3 G8 + G7$$

$$= -2 \left[\frac{Q}{EDe} (L-K) (\pi l \varepsilon R d (L-K) K + \varepsilon_f R d_f V_f) + (\varepsilon R d V_d + \varepsilon_f R d_f V_f + \varepsilon_m R d_m V) \right]$$

$$\frac{2G4}{P2} + G3 = \varepsilon_f Rd_f V_f + \varepsilon_m Rd_m V_m$$

このとき、2.2.1-(8)式と2.2.2-(8)式は近似展開により以下のように表される。

$$C_L = \frac{EDe}{Q(L-K)} \frac{I_0}{(\pi l \varepsilon Rd(L-K)K + \varepsilon_f Rd_f V_f)} \frac{1}{\left(1 + \frac{EDe}{Q(L-K)} \frac{(\varepsilon_f Rd_f V_f + \varepsilon RdV_d + \varepsilon_m Rd_m V_m)}{(\pi l \varepsilon Rd(L-K)K + \varepsilon_f Rd_f V_f)}\right)} \quad 2.3-(1)$$

また、2.2.1-(9)式は近似展開により以下のように表される。

$$C_K = \frac{I_0 \left(1 + \frac{EDe}{Q(L-K)}\right)}{(\pi l \varepsilon Rd(L-K)K + \varepsilon_f Rd_f V_f) \left(1 + \frac{EDe}{Q(L-K)} \frac{(\varepsilon_f Rd_f V_f + \varepsilon RdV_d + \varepsilon_m Rd_m V_m)}{(\pi l \varepsilon Rd(L-K)K + \varepsilon_f Rd_f V_f)}\right)} \quad 2.3-(2)$$

2.2.2-(9)式は近似展開により以下のように表される。

$$F_K = \frac{EDe}{(L-K)} \frac{I_0}{(\pi l \varepsilon Rd(L-K)K + \varepsilon_f Rd_f V_f)} \frac{1}{\left(1 + \frac{EDe}{Q(L-K)} \frac{(\varepsilon_f Rd_f V_f + \varepsilon RdV_d + \varepsilon_m Rd_m V_m)}{(\pi l \varepsilon Rd(L-K)K + \varepsilon_f Rd_f V_f)}\right)} \quad 2.3-(3)$$

2.3-(2)式は、2.2.2-(1)式 (x=K) の近似展開式に2.3-(3)式を代入することで、同様に求められる。

ここで、拡散媒体からの核種放出に関する応答特性が変化する掘削影響領域中の地下水流量Qを応答特性の区分目安値 Q_{th} と定義し、以下のように表すこととする。

$$\frac{EDe}{(L-K)} < Q_{th} = \frac{EDe}{(L-K)} \frac{(\varepsilon_f Rd_f V_f + \varepsilon RdV_d + \varepsilon_m Rd_m V_m)}{(\pi l \varepsilon Rd(L-K)K + \varepsilon_f Rd_f V_f)} \quad 2.3-(4)$$

掘削影響領域中の地下水流量Qが比較的多く、 $Q_{th} \ll Q$ となる場合の内側境界濃度 C_K の最大値を C_{Kmax} とすると、2.3-(2)式は、以下のように表される。

$$C_{Kmax} = \frac{I_0}{(\pi l \varepsilon Rd(L-K)K + \varepsilon_f Rd_f V_f)} \quad 2.3-(5)$$

この $C_{K\max}$ は、掘削影響領域中の地下水流量 Q が $Q_{th} \ll Q$ の場合（外側境界濃度が 0 と見なせる場合に相当）に与えられた初期の核種量によって到達する定常状態の内側境界濃度の最大値である。

また、掘削影響領域中の地下水流量 Q が比較的少なく、 $Q \ll Q_{th}$ となる場合の内側境界濃度 C_K の最大値を $C_{K'\max}$ とすると、2.3-(2)式は、以下のように表される。

$$C_{K'\max} = \frac{I_0}{(\varepsilon_f R d_f V_f + \varepsilon R d V_d + \varepsilon_m R d_m V_m)} \quad 2.3-(6)$$

この $C_{K'\max}$ は、地下水流量 Q が $Q \ll Q_{th}$ の場合に、与えられた核種量において、人工バリア内（充填材領域、拡散媒体（緩衝材領域）、掘削影響領域）の濃度が等しくなった場合の濃度（拡散媒体内側境界の濃度＝拡散媒体外側境界の濃度＝掘削影響領域の濃度）を意味する。これは、掘削影響領域中の地下水流量 Q が $Q \ll Q_{th}$ の場合は、掘削影響領域から地下水流量 Q で運び去られる核種量よりも、拡散により掘削影響領域に供給される核種量の方が多くなるため、人工バリア内において核種が蓄積し、最終的に、人工バリア内（充填材領域、拡散媒体（緩衝材領域）、掘削影響領域）の濃度が等しい濃度 $C_{K'\max}$ になることを表すものである。この考えは、高レベル放射性廃棄物の第2次取りまとめ（核燃料サイクル開発機構、1999b）において示された結果と整合するものである。

一方、2.2.1-(10)式と2.2.2-(10)式は近似展開により以下のように表される。

$$F_L = \frac{EDe}{(L-K)} \frac{I_0}{(\pi l \varepsilon R d ((L-K)K) + \varepsilon_f R d_f V_f)} \frac{1}{\left(1 + \frac{EDe}{Q(L-K)} \frac{(\varepsilon_f R d_f V_f + \varepsilon R d V_d + \varepsilon_m R d_m V_m)}{(\pi l \varepsilon R d ((L-K)K) + \varepsilon_f R d_f V_f)}\right)} \quad 2.3-(7)$$

ここで、掘削影響領域中の地下水流量 Q が $Q_{th} \ll Q$ の場合、定常状態での拡散媒体から掘削影響領域への拡散による核種放出率を $F_{L\max}$ 、充填材領域から拡散媒体への核種放出率を $F_{K\max}$ とすると、2.3-(7)式は2.3-(5)式を用いて以下のように表される。

$$F_{L\max} = \frac{EDe}{(L-K)} \frac{I_0}{(\pi l \varepsilon R d ((L-K)K) + \varepsilon_f R d_f V_f)} = \frac{EDe}{(L-K)} C_{K\max} = F_{K\max} \quad 2.3-(8)$$

2.3-(8)式は、瞬時に初期の核種量 I_0 が全量溶出し、掘削影響領域中の地下水流量 Q が $Q_{th} \ll Q$ で外側境界濃度が 0 と見なされるような十分小さい値の場合、掘削影響領域の地下水流量 Q の影響は十分小さく、拡散媒体外側からの放出率は、内側境界濃度と外側境界濃度との濃度差（＝内側境界濃度：外側境界濃度が 0 と見なされるため）と実効拡散係数および拡散媒体の幾何形状によって決まる値となることを表している。

一方、掘削影響領域中の地下水流量 Q が $Q \ll Q_{th}$ の場合、拡散媒体から掘削影響領域への拡散による核種放出率は、2.3-(7)式から以下のように表される。

$$\begin{aligned}
F_L &= \frac{EDe}{(L-K)} \frac{I_0}{(\pi l \varepsilon R d ((L-K)K) + \varepsilon_f R d_f V_f)} \frac{Q}{Q_{th}} \\
&= \frac{EDe}{(L-K)} C_{K \max} \frac{Q}{Q_{th}} = F_{L \max} \frac{Q}{Q_{th}} = F_{K \max} \frac{Q}{Q_{th}}
\end{aligned}
\tag{2.3-9}$$

2.3-(9)式は、掘削影響領域中の地下水流量 Q が $Q \ll Q_{th}$ の場合、拡散媒体から掘削影響領域への拡散による核種放出率は、外側境界濃度が 0 と見なせる場合の最大放出率 $F_{L \max}$ に掘削影響領域中の地下水流量 Q と Q_{th} の比を乗じた値として表されることを示している。

定常状態での拡散媒体から掘削影響領域への移流による核種放出や、掘削影響領域から母岩への拡散による核種放出が無視できる場合は、定常状態での拡散媒体から掘削影響領域への拡散による核種放出率は、掘削影響領域から地下水流量 Q によって運び去られる単位時間当たりの核種量と等しくなる。

そのため、掘削影響領域中の地下水流量 Q が $Q \ll Q_{th}$ の場合、2.3-(7)式で示される拡散媒体から掘削影響領域への拡散による核種放出率は、2.3-(9)式とは別に、与えられた核種量において、人工バリア内（充填材領域、拡散媒体（緩衝材領域）、掘削影響領域）の濃度が等しくなった場合の濃度と掘削影響領域の地下水流量 Q の積として、以下のように表される。

$$\begin{aligned}
F_L &= \frac{EDe}{(L-K)} \frac{I_0}{(\pi l \varepsilon R d ((L-K)K) + \varepsilon_f R d_f V_f)} \frac{Q}{\left(\frac{EDe}{(L-K)} \frac{(\varepsilon_f R d_f V_f + \varepsilon R d V_d + \varepsilon_m R d_m V_m)}{(\pi l \varepsilon R d ((L-K)K) + \varepsilon_f R d_f V_f)} \right)} \\
&= \frac{I_0 Q}{(\varepsilon_f R d_f V_f + \varepsilon R d V_d + \varepsilon_m R d_m V_m)} = C_{K' \max} Q
\end{aligned}
\tag{2.3-10}$$

2.3-(10)式は、2.3-(9)式とは別に、掘削影響領域中の地下水流量 Q が $Q \ll Q_{th}$ の場合、拡散媒体外側からの放出率は、結果として、拡散係数に依存せず、地下水流量と人工バリア内の濃度が均一になる場合の濃度（内側側境界濃度＝緩衝材中の濃度＝掘削影響領域の濃度：遅延係数や各領域の幾何形状に依存）に依存して決まることを示している。

ここで、2.3-(5)式と 2.3-(6)式から、2.3-(4)式で示される応答特性の区分目安値 Q_{th} の意味が以下のように与えられる。

$$Q_{th} = \frac{EDe}{(L-K)} \frac{(\varepsilon_f R d_f V_f + \varepsilon R d V_d + \varepsilon_m R d_m V_m)}{(\pi l \varepsilon R d ((L-K)K) + \varepsilon_f R d_f V_f)} = \frac{\frac{EDe}{(L-K)} \frac{I_0}{(\pi l \varepsilon R d ((L-K)K) + \varepsilon_f R d_f V_f)}}{\frac{I_0}{(\varepsilon_f R d_f V_f + \varepsilon R d V_d + \varepsilon_m R d_m V_m)}}$$

上式から、応答特性の区分目安値 Q_{th} は、2.3-(8)式で表される内側境界濃度が C_{Kmax} の場合 ($C_L = 0$ と見なせる場合) の拡散媒体から掘削影響領域への放出率と、2.3-(10)式で表される人工バリア内の濃度が均一になった場合 ($C_L = C_K = C_{Kmax}$) の掘削影響領域から地下水流量 Q によって運び去られる核種放出率が等しくなる場合の地下水流量を意味していることがわかる。応答特性の区分目安値 Q_{th} は、拡散媒体の実効拡散係数、充填材領域、拡散媒体、掘削影響領域の幾何形状、収着特性に依存して決まる値である。

2.2.1-(11)式と 2.2.2-(11)式は近似展開により以下のように表される (拡散媒体中の移流 Q_d が有意な場合)。

$$F_d = \frac{I_0}{(\pi l \varepsilon R d (L - K) K + \varepsilon_f R d_f V_f)} \frac{Q_d \left(\frac{K}{(L + K)} + \frac{E D e}{Q(L - K)} \right)}{\left(1 + \frac{E D e}{Q(L - K)} \frac{(\varepsilon_f R d_f V_f + \varepsilon R d V_d + \varepsilon_m R d_m V_m)}{(\pi l \varepsilon R d (L - K) K + \varepsilon_f R d_f V_f)} \right)}$$

2.3-(11)

掘削影響領域中の地下水流量 Q が $Q_{th} \ll Q$ の場合、2.3-(11)式は、以下のように表される。

$$F_d = \frac{K}{(L + K)} \frac{I_0 Q_d}{(\pi l \varepsilon R d (L - K) K + \varepsilon_f R d_f V_f)} = \frac{K}{(L + K)} C_{Kmax} Q_d$$

2.3-(12)

一方、掘削影響領域中の地下水流量 Q が $Q \ll Q_{th}$ の場合、2.3-(11)式は、以下のように表される。

$$F_d = \frac{I_0 Q_d}{(\varepsilon_f R d_f V_f + \varepsilon R d V_d + \varepsilon_m R d_m V_m)} = C'_{Kmax} Q_d$$

2.3-(13)

以上、崩壊などを無視することによって得られるこれらの近似解析解の簡易表現から、廃棄体から人工バリア内に全核種が瞬時に溶出した場合、拡散媒体からの核種の放出率は、掘削影響領域の地下水流量 Q に依存して変化し、応答特性の区分目安値 Q_{th} と比べて、掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q_{th} \ll Q$ 場合は、2.3-(8)式で表されるように、拡散媒体からの放出率は地下水流量に依存せず、拡散媒体の拡散係数と幾何形状、内側境界の最大濃度に依存する。一方、掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q \ll Q_{th}$ 場合は、拡散媒体からの放出率は直接的には拡散係数には依存せず、2.3-(10)式で表されるように、地下水流量や人工バリア内の均一濃度に依存することがわかる。

以下、内側境界濃度一定、外側境界濃度一定の条件において、内側境界濃度が溶解度 C_{sol} で制限される場合、および、内側境界からの放出率一定、外側境界濃度一定の条件において、内側境界からの核種放出率が廃棄体の溶出率 F_{LE} で制限される場合の人工バリアの応答特性について示す。

2.4 内側境界濃度が溶解度で制限される場合の人工バリアシステムの応答特性

初期の核種量 I_0 と内側境界濃度 C_K の関係は 2.2.1-(9)式により、以下のように与えられる。

$$I_0 = C_K \frac{(G3G8 + G7)}{\left[\left(\frac{G6}{G1} P1 - P2 \right) - \left(\frac{G2G5}{G1} P4 \right) \right]}$$

この式を簡単化して示した初期の核種量と内側境界濃度の関係は 2.3-(2)式から以下のように与えられる。

$$I_0 = C_K \frac{(\pi l \varepsilon R d ((L - K)K) + \varepsilon_f R d_f V_f) \left(1 + \frac{E D e}{Q(L - K)} \frac{(\varepsilon_f R d_f V_f + \varepsilon R d V_d + \varepsilon_m R d_m V_m)}{(\pi l \varepsilon R d ((L - K)K) + \varepsilon_f R d_f V_f)} \right)}{\left(1 + \frac{E D e}{Q(L - K)} \right)}$$

2.4-(1)

放出率が定常になるかならないかは、設定された初期の核種量 I_0 のもとで与えられる溶解度 C_{sol} と掘削影響領域の地下水流量 Q によって変化する。そこで、掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q_{th} \ll Q$ の場合と $Q \ll Q_{th}$ の場合に分けて、拡散媒体からの核種の放出特性の変化について考える。

2.4.1 掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q_{th} \ll Q$ の場合で内側境界濃度が溶解度で一定、外側境界で濃度が一定の条件における人工バリアシステムの応答特性

掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q_{th} \ll Q$ の場合は、外側境界濃度 C_L は 0 に漸近する。この場合、内側境界濃度 C_K の最大値は、与えられた初期の核種量 I_0 において定常になる内側境界濃度の最大値 C_{Kmax} として与えられる。そのため、定常になるための溶解度 C_{sol} の設定範囲は

$$C_{sol} \leq C_{Kmax} \quad 2.4.1-(1)$$

となる。

掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q_{th} \ll Q$ の場合、溶解度 C_{sol} が $C_{sol} \leq C_{Kmax}$ であれば、放出率は定常になる。逆に、 $C_{Kmax} < C_{sol}$ となる場合は核種量が初期の核種量 I_0 で制限されているため、放出率は定常にならず、拡散媒体からの放出率の最大値は内側境界濃度の最大値 C_{Kmax} で与えられる放出率となる。図 2-2 に掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q_{th} \ll Q$ の場合の C_{Kmax} と C_{sol} の関係の概念を示す。

掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q_{th} \ll Q$ の場合は、設定した溶解度 C_{sol} に対して、定常状態の放出率を与える廃棄体中の核種量は 2.4-(1)式より、以下のように表される。

$$I_{sol} = C_{sol} (\pi l \varepsilon R d (L - K)K + \varepsilon_f R d_f V_f) \quad 2.4.1-(2)$$

C_{Kmax} : $Q_{th} \ll Q$ の条件 ($C_l=0$ と見なせる場合)において、与えられた核種量 I_0 において定常になる最大の内側境界濃度

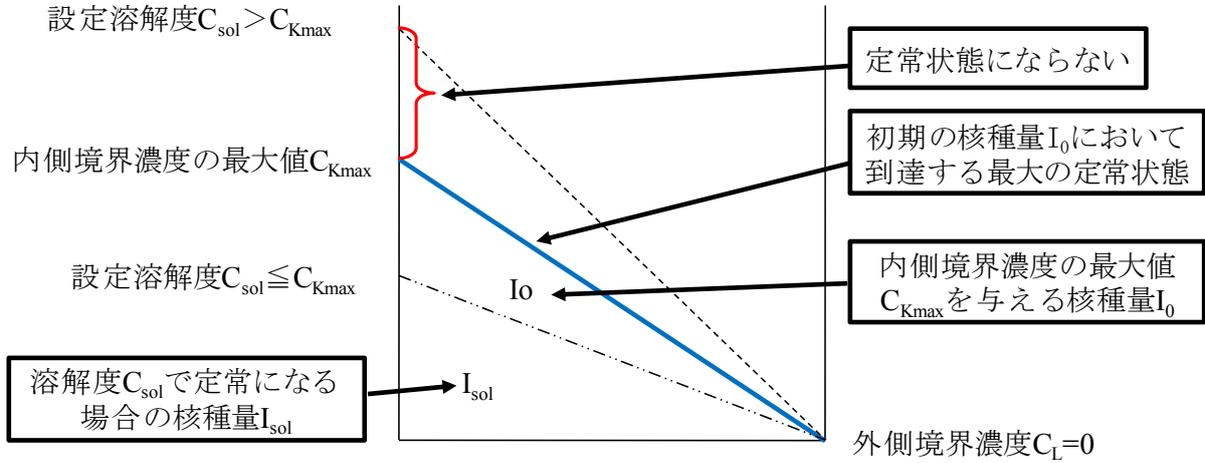


図 2-2 掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q_{th} \ll Q$ の場合の C_{Kmax} と C_{sol} の関係の概念

掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q_{th} \ll Q$ の場合、2.4.1-(1)式の条件 ($C_{sol} \leq C_{Kmax}$) で溶解度 C_{sol} が設定された場合に、初期の核種量 I_0 と I_{sol} の差分は定常放出の継続に使われることになる。

掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q_{th} \ll Q$ の場合、 $C_{sol} \leq C_{Kmax}$ で溶解度 C_{sol} が設定された場合の拡散媒体からの定常放出率は2.3-(8)式と2.4.1-(2)式より、以下のように表される。

$$F_L = \frac{EDe}{(L-K)} \frac{I_{sol}}{(\pi l \epsilon R d (L-K) K + \epsilon_f R d_f V_f)} = \frac{EDe}{(L-K)} C_{sol} \quad 2.4.1-(3)$$

2.4.1-(3)式は、掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q_{th} \ll Q$ の場合で、放出率が定常になる場合は、拡散媒体からの核種放出率は、掘削影響領域の地下水流量 Q には依存せず、溶解度と拡散媒体の実効拡散係数および幾何形状によって決まることを示している。

一方、掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q_{th} \ll Q$ の場合に、 $C_{sol} \leq C_{Kmax}$ を満たさない範囲、すなわち、溶解度 C_{sol} が $C_{Kmax} < C_{sol}$ となるように設定された場合は、核種量が初期の核種量 I_0 で制限されているため、放出率は定常にならず、拡散媒体からの放出率は設定した溶解度に依存せず、内側境界濃度の最大値 C_{Kmax} で与えられる放出率となる。この場合の放出率は2.3-(8)式で表される。

さらに、掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q_{th} \ll Q$ の場合で、溶解度 C_{sol} が設定された場合は、拡散媒体からの移流による放出率は、内側境界濃度が設定した溶解度になるため、2.3-(12)式に2.4.1-(2)式を代入して、以下のように表される。

$$F_d = \frac{K}{(L+K)} \frac{I_{sol} Q_d}{(\pi l \epsilon R d (L-K) K + \epsilon_f R d_f V_f)} = \frac{K}{(L+K)} C_{sol} Q_d \quad 2.4.1-(4)$$

$$I'_{\text{sol}} = C_{\text{sol}}(\varepsilon_f R d_f V_f + \varepsilon R d V_d + \varepsilon_m R d_m V_m) \quad 2.4.2-(3)$$

I'_{sol} と I_{sol} の関係は、2.4.1-(2)式と 2.4.2-(3)式から以下のように表される。

$$I_{\text{sol}} < I'_{\text{sol}} = I_{\text{sol}} \frac{(\varepsilon_f R d_f V_f + \varepsilon R d V_d + \varepsilon_m R d_m V_m)}{(\pi l \varepsilon R d (L - K) K + \varepsilon_f R d_f V_f)} \leq I_0 \quad 2.4.2-(4)$$

従って、掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q \ll Q_{\text{th}}$ の場合 ($C_L \neq 0$)、溶解度 C_{sol} が $C_{\text{sol}} < C_{K' \text{max}}$ であれば、放出率は定常になる。またこの場合、設定する溶解度 C_{sol} によって規定される I'_{sol} は、2.4.2-(4)式によって示される条件 ($I'_{\text{sol}} \leq I_0$) となる。

拡散媒体からの定常放出率は 2.3-(10)式と 2.4.2-(3)式より、以下のように表される。

$$F_L = C_{\text{sol}} Q = \frac{I'_{\text{sol}} Q}{(\varepsilon_f R d_f V_f + \varepsilon R d V_d + \varepsilon_m R d_m V_m)} = \frac{I_{\text{sol}} Q}{(\pi l \varepsilon R d (L - K) K + \varepsilon_f R d_f V_f)} \quad 2.4.2-(5)$$

2.4.2-(5)式は、掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q \ll Q_{\text{th}}$ ($C_L \neq 0$) において定常になる場合、拡散媒体からの核種放出率は、実効拡散係数には依存せず、掘削影響領域の地下水流量 Q と設定した溶解度の積であらわされることを示している。この関係は初期の核種量の値が異なることを除いて、瞬時溶出の場合の 2.3-(10)式の関係と同様のものである。

一方、掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q \ll Q_{\text{th}}$ ($C_L \neq 0$) の場合において、 $C_{\text{sol}} < C_{K' \text{max}}$ を満たさない範囲、すなわち、溶解度 C_{sol} が $C_{K' \text{max}} < C_{\text{sol}}$ となるように設定された場合、核種量が初期の核種量 I_0 で制限されているため、放出率は定常にならず、拡散媒体からの放出率は溶解度に依存せず、内側境界濃度の最大値 $C_{K' \text{max}}$ で与えられる放出率となる。この場合の放出率は 2.3-(10)式と同じである。

さらに、掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q \ll Q_{\text{th}}$ の場合で、溶解度 C_{sol} が $C_{\text{sol}} < C_{K' \text{max}}$ となるように設定された場合は、拡散媒体からの移流による放出率は、設定した溶解度が人工バリア内の均一濃度となるため、2.3-(13)式と 2.4.2-(3)式を用いて、以下のように表される。

$$F_d = C_{\text{sol}} Q_d = \frac{I'_{\text{sol}} Q_d}{(\varepsilon_f R d_f V_f + \varepsilon R d V_d + \varepsilon_m R d_m V_m)} \quad 2.4.2-(6)$$

また、掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q \ll Q_{\text{th}}$ の場合で、溶解度 C_{sol} が $C_{K' \text{max}} < C_{\text{sol}}$ となるように設定された場合は、核種量が初期の核種量 I_0 で制限されているため、放出率は定常にならず、人工バリア内の均一濃度が $C_{K' \text{max}}$ になるため、拡散媒体からの移流による放出率は、2.3-(13)式で表される。

以上, これまで示した以下に示す核種の放出特性などを, 縦軸に拡散媒体からの核種放出率(Bq/y), 横軸に掘削影響領域中の地下水流量 $Q(\text{m}^3/\text{y})$ をとった場合と縦軸に拡散媒体からの核種放出率(Bq/y), 横軸に溶解度 $C_{\text{sol}}(\text{Bq}/\text{m}^3)$ をとった場合に分けてそれぞれ, 図 2-4, 図 2-5 に示す。

- 応答特性の区分目安値 Q_{th} (2.3-(4)式)
- 瞬時全量溶出の場合の $Q_{\text{th}} \ll Q$ での拡散による核種放出率 (2.3-(8)式)
- 瞬時全量溶出の場合の $Q \ll Q_{\text{th}}$ での拡散による核種放出率 (2.3-(10)式)
- 瞬時全量溶出の場合の $Q_{\text{th}} \ll Q$ での移流による核種放出率 (2.3-(12)式)
- 瞬時全量溶出の場合の $Q \ll Q_{\text{th}}$ での移流による核種放出率 (2.3-(13)式)
- 濃度一定の場合の $Q_{\text{th}} \ll Q$ での拡散による核種放出率 (2.4.1-(3)式)
- 濃度一定の場合の $Q \ll Q_{\text{th}}$ での拡散による核種放出率 (2.4.2-(5)式)

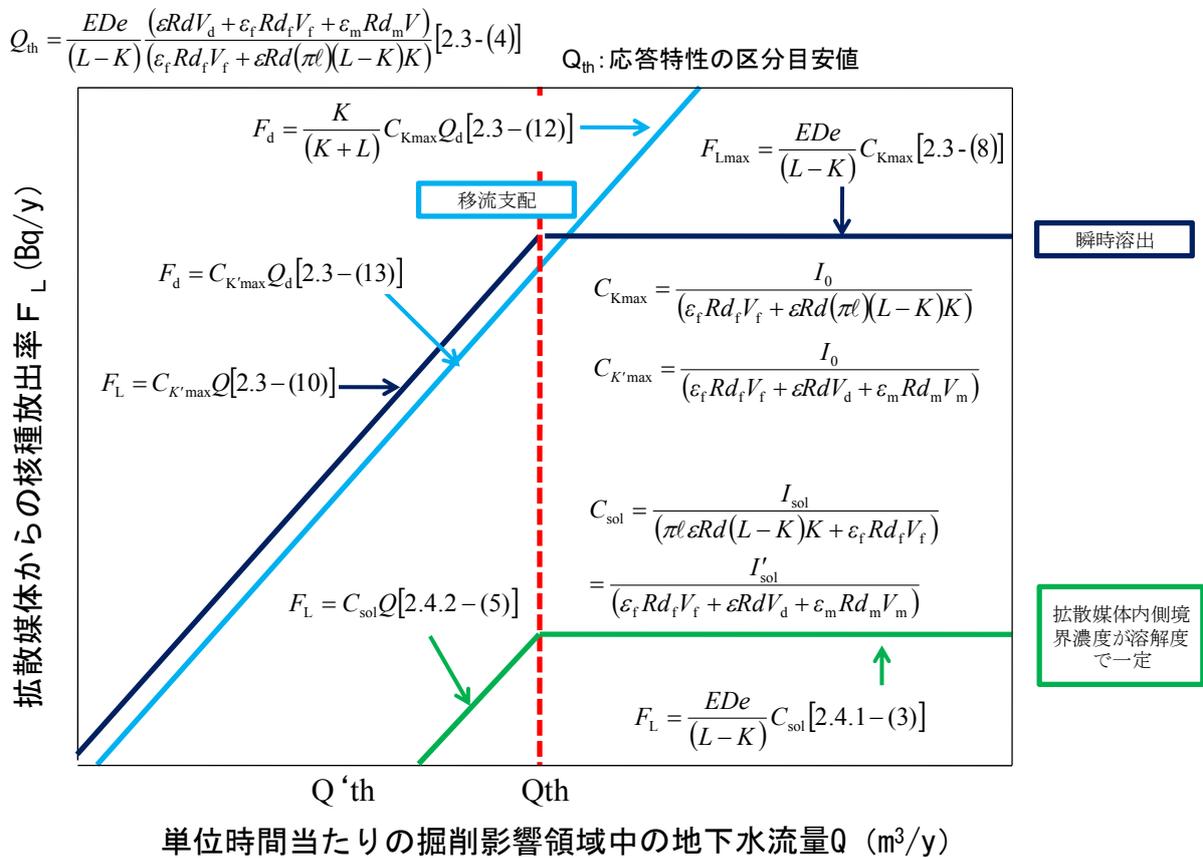


図 2-4 溶解度一定の近似解析解から得られた放出率と地下水流量の関係の概念

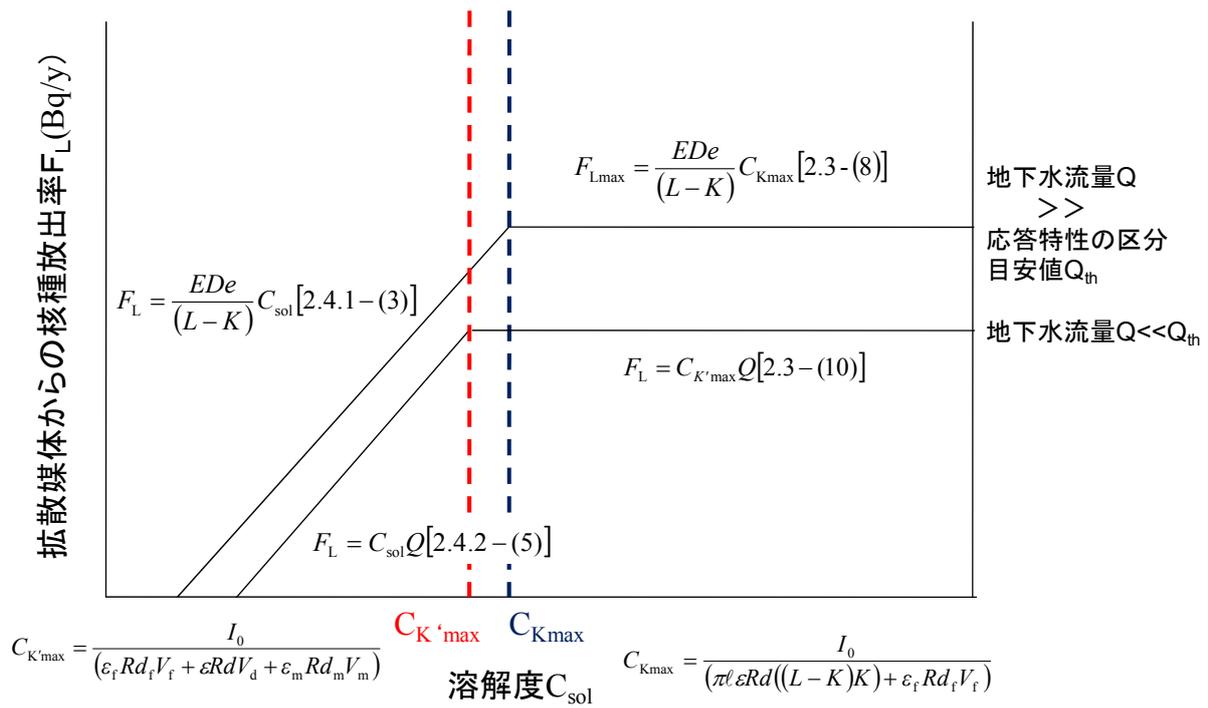


図 2-5 溶解度一定の近似解析解から得られた放出率と溶解度の関係の概念

2.5 内側境界からの放出率が溶出率で制限される場合の人工バリアシステムの応答特性

初期の核種量 I_0 と内側境界の一定放出率 F_K の関係は 2.2.2-(9)式により、以下のように与えられる。

$$I_0 = \frac{F_K}{G1 \left(\frac{G2G5}{G1} P5 + P1 - \frac{G6}{G1} P2 \right)} \left[\left(\frac{2G4}{P2} + G3 \right) G8 + G9 \right]$$

この式を簡単化して示した初期の核種量と内側境界の一定放出率 F_K の関係は 2.3-(3)式から以下のように与えられる。

$$I_0 = F_K (\pi \ell \varepsilon R d (L - K) K + \varepsilon_f R d_f V_f) \frac{(L - K)}{E D e} \left(1 + \frac{E D e}{Q(L - K)} \frac{(\varepsilon_f R d_f V_f + \varepsilon R d V_d + \varepsilon_m R d_m V_m)}{(\pi \ell \varepsilon R d (L - K) K + \varepsilon_f R d_f V_f)} \right) \quad 2.5-(1)$$

放出率が定常になるかならないかは、設定された初期の核種量 I_0 のもとで与えられる一定溶出率 F_{LE} と掘削影響領域の地下水流量 Q によって変化する。そこで、掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q_{th} \ll Q$ の場合と $Q \ll Q_{th}$ の場合に分けて、拡散媒体からの核種の放出特性の変化について考える。

2.5.1 掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q_{th} \ll Q$ の場合で内側境界からの放出率が一定、外側境界で濃度が一定の条件における人工バリアシステムの応答特性

掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q_{th} \ll Q$ の場合は、外側境界濃度 C_L は 0 に漸近する。この場合、内側境界からの放出率 F_K は、与えられた初期の核種量 I_0 において定常になる内側境界からの放出率の最大値 F_{Kmax} として与えられる。そのため、定常になるための廃棄体からの核種の一定溶出率 F_{LE} の設定範囲は

$$F_{LE} \leq F_{Kmax} \quad 2.5.1-(1)$$

となる。掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q_{th} \ll Q$ の場合、一定溶出率 F_{LE} が $F_{LE} \leq F_{Kmax}$ であれば、放出率は定常になる。逆に、 $F_{Kmax} < F_{LE}$ となる場合は、核種量が初期の核種量 I_0 で制限されているため、放出率は定常にならず、拡散媒体からの放出率の最大値は内側境界からの放出率の最大値 F_{Kmax} で与えられる放出率となる。

掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q_{th} \ll Q$ の場合は、設定した溶出率 F_{LE} に対して、定常状態の放出率を与える核種量は 2.5-(1)式より、以下のように表される。

$$I_{LE} = F_{LE} (\varepsilon R d \pi \ell (L - K) K + \varepsilon_f R d_f V_f) \frac{(L - K)}{E D e} \quad 2.5.1-(2)$$

掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q_{th} \ll Q$ の場合、2.5.1-(1)式の条件 ($F_{LE} \leq F_{Kmax}$) で溶出率 F_{LE} が設定された場合に、初期の核種量 I_0 と I_{LE} の差分は定常放出の継続に使われることになる。

掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q_{th} \ll Q$ の場合、 $F_{LE} \leq F_{Kmax}$ で溶出率 F_{LE} が設定された場合の拡散媒体からの定常放出率は 2.3-(8)式と 2.5.1-(2)式より、以下のように表される。

$$F_L = \frac{EDe}{(L-K)} \frac{I_{LE}}{(\pi l \varepsilon R d (L-K) K + \varepsilon_f R d_f V_f)} = F_{LE} \quad 2.5.1-(3)$$

2.5.1-(3)式は、掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q_{th} \ll Q$ の場合で、放出率が定常になる場合は、拡散媒体からの核種放出率は、掘削影響領域の地下水流量 Q には依存せず、廃棄体からの核種の一定溶出率 F_{LE} によって決まることを示している。

一方、掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q_{th} \ll Q$ の場合に、 $F_{LE} \leq F_{Kmax}$ を満たさない範囲、すなわち、溶出率 F_{LE} が $F_{Kmax} < F_{LE}$ となるように設定された場合は、核種量が初期の核種量 I_0 で制限されているため、放出率は定常にならず、拡散媒体からの放出率は設定した溶出率に依存せず、内側境界からの放出率の最大値 F_{Kmax} で与えられる。この場合の放出率は2.3-(8)式で表される。

さらに、掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q_{th} \ll Q$ の場合で、溶出率 F_{LE} が設定された場合は、拡散媒体からの移流による放出率は、2.3-(12)式に2.5.1-(2)式を代入して、以下のように表される。

$$F_d = \frac{K}{(L+K)} \frac{I_{LE} Q_d}{(\pi l \varepsilon R d (L-K) K + \varepsilon_f R d_f V_f)} = \frac{K}{(L+K)} \frac{(L-K)}{EDe} F_{LE} Q_d \quad 2.5.1-(4)$$

2.5.2 掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q \ll Q_{th}$ の場合で内側境界からの放出率が一定、外側境界で濃度が一定の条件における人工バリアシステムの応答特性

瞬時溶出で掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q \ll Q_{th}$ の場合 ($C_L \neq 0$)、与えられた初期の核種量 I_0 と地下水流量 Q において定常になる内側境界濃度 C_K は2.3-(6)式で示される $C_{K' max}$ となる。拡散媒体からの放出率が定常になる場合は、掘削影響領域から地下水流量 Q で運ばれる単位時間当たりの核種量=拡散媒体外側からの核種放出率=拡散媒体への核種放出率となる。そのため、掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q \ll Q_{th}$ の場合 ($C_L \neq 0$)、定常になる最大の放出率は2.3-(10)式で表される F_L となり、この放出率が内側境界からの最大の放出率 $F_{K' max}$ となる。そのため、溶出率 F_{LE} が $F_{LE} \leq F_{K' max}$ であれば、放出率は定常になる。逆に、 $F_{K' max} < F_{LE}$ であれば、核種量が初期の核種量 I_0 で制限されているため、放出率は定常にならず、拡散媒体からの放出率の最大値は定常になる人工バリア内の均一濃度 $C_{K' max}$ と掘削影響領域の地下水流量 Q との積で与えられる $F_{K' max}$ となる。

$F_{K' max}$ と F_{Kmax} の関係は $F_{K' max} < F_{Kmax} = F_{Lmax}$ であり、2.3-(10)式と2.3-(9)式、2.3-(8)式を用いて以下のように表される。

$$F_{K' max} = F_L = C_{K' max} Q = F_{Kmax} \frac{Q}{Q_{th}} < F_{Kmax} = \frac{EDe}{(L-K)} C_{Kmax} \quad 2.5.2-(1)$$

$F_{K' max}$ は、掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q \ll Q_{th}$ の場合に人工バリア内の均一濃度と地下水流量 Q の積で表される定常放出率の最大値である。そのため、定常になるための溶出率 F_{LE} の設定範囲は2.5.2-(1)式より、以下のように表される。

$$F_{LE} \leq F_{K' max} = F_{Kmax} \frac{Q}{Q_{th}} < F_{Kmax}, \quad \text{OR} \quad \frac{F_{LE}}{F_{Kmax}} Q_{th} = Q' \leq Q \quad 2.5.2-(2)$$

2.5.2-(2)式より、溶出率一定の場合の応答特性の区分目安値を Q'_{th} とすると、 Q'_{th} は応答特性の区分目安値 Q_{th} に、設定する溶出率と瞬時溶出の場合の最大放出率との比を乗じた値となる。2.5.2-(2)式は、溶出率一定の場合、人工バリアシステムの応答特性の区分目安値 Q'_{th} が設定する溶出率によって変化することを表している。

掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q_{th} \ll Q$ の場合 ($C_L=0$) に、設定した溶出率 F_{LE} に対して、定常状態の放出率を与える人工バリア内の核種量は 2.5.1-(2)式で表される。それに対して、掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q \ll Q_{th}$ の場合 ($C_L \neq 0$)、2.5.1-(2)式と同じ溶出率 F_{LE} で人工バリア内の濃度が均一になるための核種量 I'_{LE} は 2.3-(10)式より以下のように表される。

$$I'_{LE} = \frac{F_{LE}}{Q} (\varepsilon_f R d_f V_f + \varepsilon R d V_d + \varepsilon_m R d_m V_m) \quad 2.5.2-(3)$$

I'_{LE} と I_{LE} の関係は、2.5.1-(2)式と 2.5.2-(3)式から、2.3-(4)式で示される応答特性の区分目安値 Q_{th} を用いて以下のように表される。

$$I_{LE} < I'_{LE} = \frac{EDe}{(L-K)} \frac{(\varepsilon_f R d_f V_f + \varepsilon R d V_d + \varepsilon_m R d_m V_m)}{(\varepsilon R d \pi l (L-K) K + \varepsilon_f R d_f V_f)} \frac{I_{LE}}{Q} = I_{LE} \frac{Q_{th}}{Q} < I_0 \quad 2.5.2-(4)$$

従って、掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q \ll Q_{th}$ の場合 ($C_L \neq 0$)、溶出率 F_{LE} が $F_{LE} \leq F_{K_{max}}$ であれば、放出率は定常になる。またこの場合、設定する溶出率 F_{LE} によって規定される I'_{LE} は、2.5.2-(4)式によって示される条件 ($I'_{LE} \leq I_0$) となる。掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q \ll Q_{th}$ で $F_{LE} \leq F_{K_{max}}$ の場合、すなわち、2.5.2-(2)式より、 $Q'_{th} \leq Q < Q_{th}$ の場合、拡散媒体からの定常放出率は 2.3-(10)式と 2.5.2-(3)式より、以下のように表される。

$$F_L = \frac{I'_{LE} Q}{(\varepsilon_f R d_f V_f + \varepsilon R d V_d + \varepsilon_m R d_m V_m)} = F_{LE} \quad 2.5.2-(5)$$

2.5.2-(5)式は、掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q \ll Q_{th}$ ($C_L \neq 0$) において定常になる場合、拡散媒体からの核種放出率は、掘削影響領域の地下水流量 Q には依存せず、一定溶出率 F_{LE} によって決まることを示している。

一方、掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q \ll Q_{th}$ ($C_L \neq 0$) の場合において、溶出率 F_{LE} が $F_{K_{max}} < F_{LE}$ となるように設定された場合、すなわち、2.5.2-(2)式より、 $Q < Q'_{th}$ の場合、核種量が初期の核種量 I_0 で制限されているため、放出率は定常にならず、拡散媒体からの放出率は溶出率に依存せず、内側境界からの放出率の最大値 $F_{K_{max}}$ で与えられる放出率となる。この場合の放出率は 2.3-(10)式と同じである。さらに、掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q \ll Q_{th}$ の場合で、溶出率 F_{LE} が $F_{LE} \leq F_{K_{max}}$ となるように設定された場合は、拡散媒体からの移流による放出率は、設定した溶出率 F_{LE} で人工バリア内の濃度が均一になるため、2.3-(13)式と 2.5.2-(3)式を用いて、以下のように表される。

$$F_d = \frac{I'_{LE} Q_d}{(\varepsilon_f R d_f V_f + \varepsilon R d V_d + \varepsilon_m R d_m V_m)} = \frac{Q_d}{Q} F_{LE} \quad 2.5.2-(6)$$

また、掘削影響領域の地下水流量 Q が $Q \ll Q_{th}$ の場合で、溶出率 F_{LE} が $F_{Kmax} < F_{LE}$ に設定された場合は、核種量が初期の核種量 I_0 で制限されているため、放出率は定常にならず、人工バリア内の均一濃度が C_{Kmax} になるため、拡散媒体からの移流による放出率は、2.3-(13)式で表される。

以上、これまで示した以下に示す核種の放出特性などを、縦軸に拡散媒体からの核種放出率(Bq/y)、横軸に掘削影響領域中の地下水流量 $Q(m^3/y)$ をとった場合と縦軸に拡散媒体からの核種放出率(Bq/y)、横軸に溶出率 $F_{LE}(Bq/y)$ をとった場合に分けてそれぞれ、図 2-6、図 2-7 に示す。

- ・応答特性の区分目安値 Q_{th} (2.3-(4)式)
- ・応答特性の区分目安値 Q'_{th} (2.5.2-(2)式)
- ・瞬時全量溶出の場合の $Q_{th} \ll Q$ での拡散による核種放出率 (2.3-(8)式)
- ・瞬時全量溶出の場合の $Q \ll Q_{th}$ での拡散による核種放出率 (2.3-(10)式)
- ・瞬時全量溶出の場合の $Q_{th} \ll Q$ での移流による核種放出率 (2.3-(12)式)
- ・瞬時全量溶出の場合の $Q \ll Q_{th}$ での移流による核種放出率 (2.3-(13)式)
- ・溶出率一定の場合の $Q_{th} \leq Q$ での拡散による核種放出率 (2.5.1-(3)式)
- ・溶出率一定の場合の $Q'_{th} \leq Q < Q_{th}$ での拡散による核種放出率 (2.5.2-(5)式)
- ・溶出率一定の場合の $Q < Q'_{th}$ での拡散による核種放出率 (2.3-(10)式)

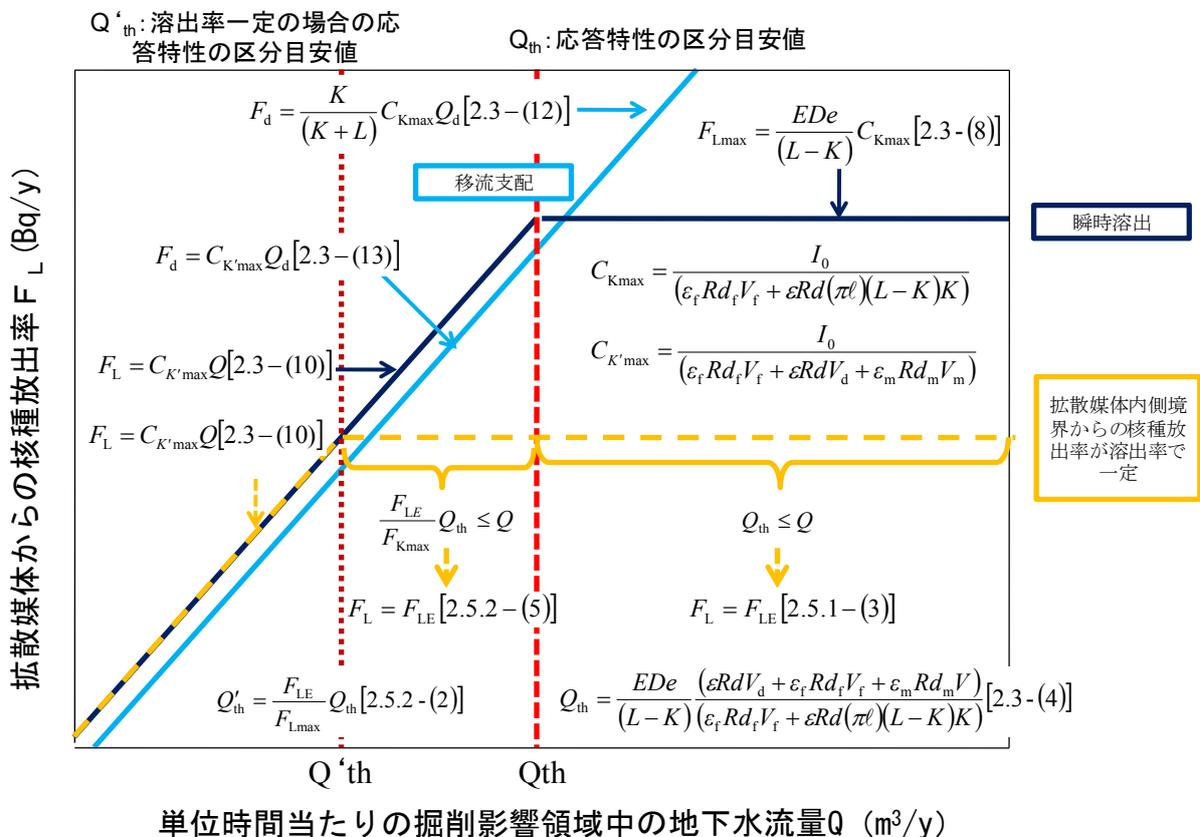


図 2-6 溶出率一定の近似解析解から得られた放出率と地下水流量の関係の概念

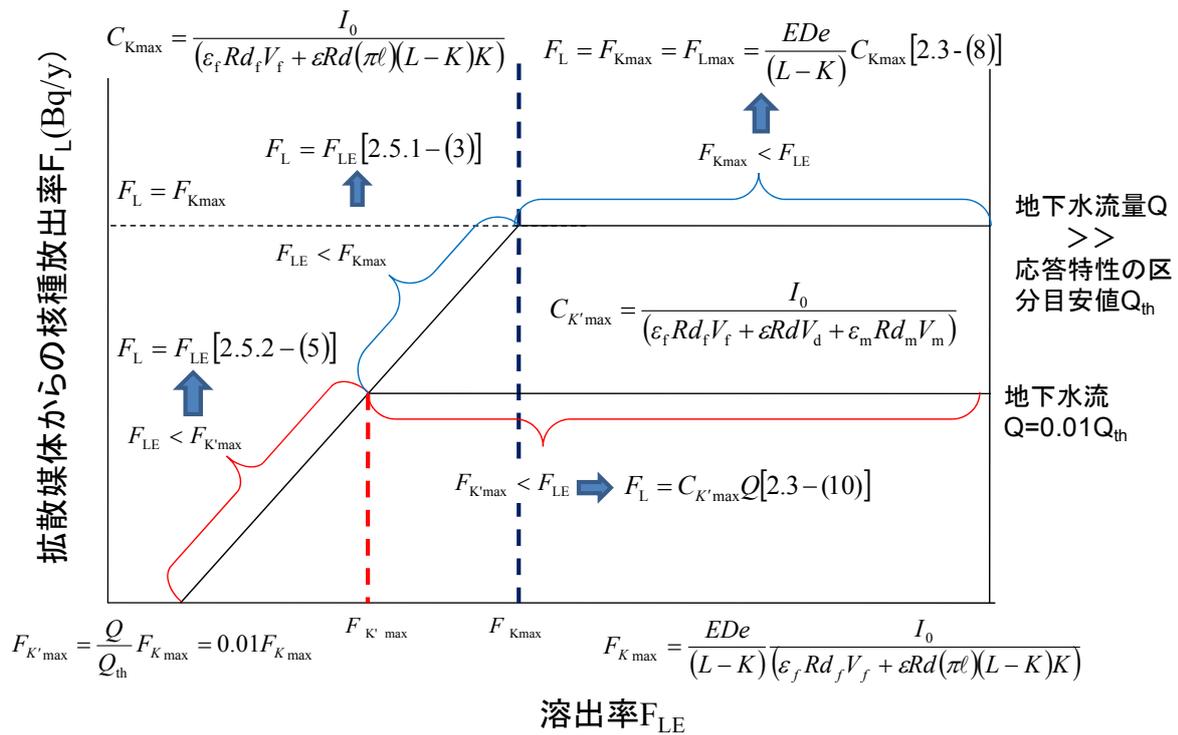


図 2-7 溶出率一定の近似解析解から得られた放出率と溶出率の関係の概念

2.6 人工バリアシステムの応答の仕組みのまとめ

図2-4から図2-7に、導出した近似解析解に含まれる崩壊定数 λ を0と見なし、テーラー展開することによって得られる簡略化された式を用いて、人工バリアシステムの応答の仕組みを示した。表 2-1に、これらの簡略化された式によって示される人工バリアからの核種放出率に影響を与える主要な安全評価パラメータや応答の仕組みの特徴を地下水流量の区分に応じて示す。

表 2-1 人エバリアシステムの応答の仕組みの分類 (1/2)

移行機構	分類	水理条件	式	機能する主要な安全評価パラメータ、安全機能など	機能しない主要な安全評価パラメータ、安全機能など	仕組みの特徴	対応する処分環境
溶解度制限		$\alpha_b \ll \alpha$	$F_L = \frac{EDe}{(L-K)} C_{sol}$	<ul style="list-style-type: none"> 拡散媒体の幾何形状 拡散媒体の実効拡散係数 溶解度 	<ul style="list-style-type: none"> 初期の核種量 Kd 掘削影響領域中の地下水流量 	<ul style="list-style-type: none"> 低透水性が維持され、核種の移行が拡散によって支配されること(拡散支配)が前提 掘削によって人工バリアから掘削影響領域に放出される核種量が地下水によって掘削影響領域から母岩に運ばれる核種量よりも少なく、核種の放出が掘削影響領域中の核種の移行奉動によって制限されている状況 掘削影響領域中の地下水流量、溶解度、初期の核種量、取着、幾何形状により、核種の移行が抑制、遅延される。 	<ul style="list-style-type: none"> 掘削影響領域中の地下水流量が応答特性の区分目安値よりも多い地質環境 掘削影響領域中の地下水流量が応答特性の区分目安値よりも少ない地質環境 掘削影響領域中の地下水流量が応答特性の区分目安値よりも少ない地質環境 掘削影響領域中の地下水流量が応答特性の区分目安値よりも少ない地質環境
		$\alpha_b \ll \alpha_n$	$F_L = C_{sol} Q$	<ul style="list-style-type: none"> 溶解度 掘削影響領域の地下水流量 	<ul style="list-style-type: none"> 掘削影響領域中の地下水流量 	<ul style="list-style-type: none"> 低透水性が維持され、核種の移行が拡散によって支配されること(拡散支配)が前提 掘削によって人工バリアから掘削影響領域に放出される核種量が地下水によって掘削影響領域から母岩に運ばれる核種量よりも多く、核種の放出が掘削影響領域中の地下水流量によって制限されている状況 掘削影響領域中の地下水流量、溶解度により、核種の移行が抑制、遅延される。(掘削影響領域中の地下水流量が応答特性の区分目安値も小さくなるため、核種の放出が掘削影響領域中の核種の移行奉動によって制限される状況になる。) 	<ul style="list-style-type: none"> 掘削影響領域中の地下水流量が応答特性の区分目安値よりも多い地質環境 掘削影響領域中の地下水流量が応答特性の区分目安値よりも少ない地質環境 掘削影響領域中の地下水流量が応答特性の区分目安値よりも少ない地質環境 掘削影響領域中の地下水流量が応答特性の区分目安値よりも少ない地質環境
溶出率制限	掘散	$\alpha' \ll \alpha$	$F_L = F_{LE}$	<ul style="list-style-type: none"> 溶出率 	<ul style="list-style-type: none"> 幾何形状 掘散媒体の実効拡散係数 Kd 掘削影響領域中の地下水流量 	<ul style="list-style-type: none"> 低透水性が維持され、核種の移行が掘散によって支配されること(掘散支配)が前提 掘削によって人工バリアから掘削影響領域に放出される核種量が地下水によって掘削影響領域から母岩に運ばれる核種量よりも少なく、核種の放出が掘削影響領域中の地下水流量によって制限されている状況 掘削影響領域中の地下水流量、初期の核種量、取着、幾何形状により、核種の移行が抑制、遅延される。 掘削影響領域中の地下水流量、初期の核種量、取着、幾何形状により、核種の移行が抑制、遅延される。(掘削影響領域中の地下水流量が応答特性の区分目安値も小さくなるため、核種の放出が掘削影響領域中の核種の移行奉動によって制限される状況になる。) 	<ul style="list-style-type: none"> 掘削影響領域中の地下水流量が応答特性の区分目安値よりも多い地質環境 掘削影響領域中の地下水流量が応答特性の区分目安値よりも少ない地質環境 掘削影響領域中の地下水流量が応答特性の区分目安値よりも少ない地質環境 掘削影響領域中の地下水流量が応答特性の区分目安値よりも少ない地質環境
		$\alpha' \ll \alpha_n$	$C_{K, \max} = \frac{I_0}{(\epsilon_l R_d V_l + \epsilon_d R_d V_d + \epsilon_m R_d V_m)}$ $F_L = C_{K, \max} Q$	<ul style="list-style-type: none"> 充填材の幾何形状 掘散媒体の幾何形状 掘削影響領域の幾何形状 初期の核種量 充填材に対するKd 掘散媒体に対するKd 掘削影響領域に対するKd 掘削影響領域中の地下水流量 	<ul style="list-style-type: none"> 低透水性が維持され、核種の移行が掘散によって支配されること(掘散支配)が前提 掘削によって人工バリアから掘削影響領域に放出される核種量が地下水によって掘削影響領域から母岩に運ばれる核種量よりも少なく、核種の放出が掘削影響領域中の核種の移行奉動によって制限されている状況 掘削影響領域中の地下水流量、初期の核種量、取着、幾何形状により、核種の移行が抑制、遅延される。 掘削影響領域中の地下水流量、初期の核種量、取着、幾何形状により、核種の移行が抑制、遅延される。(掘削影響領域中の地下水流量が応答特性の区分目安値も小さくなるため、核種の放出が掘削影響領域中の核種の移行奉動によって制限される状況になる。) 	<ul style="list-style-type: none"> 掘削影響領域中の地下水流量が応答特性の区分目安値よりも多い地質環境 掘削影響領域中の地下水流量が応答特性の区分目安値よりも少ない地質環境 掘削影響領域中の地下水流量が応答特性の区分目安値よりも少ない地質環境 掘削影響領域中の地下水流量が応答特性の区分目安値よりも少ない地質環境 	
核種量制限		$\alpha_b \ll \alpha$	$C_{K, \max} = \frac{I_0}{(\epsilon_l R_d V_l + \epsilon_d R_d V_d + \epsilon_m R_d V_m)}$ $F_{l, \max} = \frac{EDe}{(L-K)} C_{K, \max}$	<ul style="list-style-type: none"> 充填材の幾何形状 掘散媒体の幾何形状 掘削影響領域の幾何形状 初期の核種量 充填材に対するKd 掘散媒体に対するKd 掘削影響領域に対するKd 	<ul style="list-style-type: none"> 掘削影響領域中の地下水流量 	<ul style="list-style-type: none"> 低透水性が維持され、核種の移行が掘散によって支配されること(掘散支配)が前提 掘削によって人工バリアから掘削影響領域に放出される核種量が地下水によって掘削影響領域から母岩に運ばれる核種量よりも少なく、核種の放出が掘削影響領域中の核種の移行奉動によって制限されている状況 掘削影響領域中の地下水流量、初期の核種量、取着、幾何形状により、核種の移行が抑制、遅延される。 掘削影響領域中の地下水流量、初期の核種量、取着、幾何形状により、核種の移行が抑制、遅延される。(掘削影響領域中の地下水流量が応答特性の区分目安値も小さくなるため、核種の放出が掘削影響領域中の核種の移行奉動によって制限される状況になる。) 	<ul style="list-style-type: none"> 掘削影響領域中の地下水流量が応答特性の区分目安値よりも多い地質環境 掘削影響領域中の地下水流量が応答特性の区分目安値よりも少ない地質環境 掘削影響領域中の地下水流量が応答特性の区分目安値よりも少ない地質環境 掘削影響領域中の地下水流量が応答特性の区分目安値よりも少ない地質環境
		$\alpha_b \ll \alpha_n$	$C_{K, \max} = \frac{I_0}{(\epsilon_l R_d V_l + \epsilon_d R_d V_d + \epsilon_m R_d V_m)}$ $F_L = C_{K, \max} Q$	<ul style="list-style-type: none"> 充填材の幾何形状 掘散媒体の幾何形状 掘削影響領域の幾何形状 初期の核種量 充填材に対するKd 掘散媒体に対するKd 掘削影響領域に対するKd 	<ul style="list-style-type: none"> 掘削影響領域中の地下水流量 	<ul style="list-style-type: none"> 低透水性が維持され、核種の移行が掘散によって支配されること(掘散支配)が前提 掘削によって人工バリアから掘削影響領域に放出される核種量が地下水によって掘削影響領域から母岩に運ばれる核種量よりも少なく、核種の放出が掘削影響領域中の核種の移行奉動によって制限されている状況 掘削影響領域中の地下水流量、初期の核種量、取着、幾何形状により、核種の移行が抑制、遅延される。 掘削影響領域中の地下水流量、初期の核種量、取着、幾何形状により、核種の移行が抑制、遅延される。(掘削影響領域中の地下水流量が応答特性の区分目安値も小さくなるため、核種の放出が掘削影響領域中の核種の移行奉動によって制限される状況になる。) 	<ul style="list-style-type: none"> 掘削影響領域中の地下水流量が応答特性の区分目安値よりも多い地質環境 掘削影響領域中の地下水流量が応答特性の区分目安値よりも少ない地質環境 掘削影響領域中の地下水流量が応答特性の区分目安値よりも少ない地質環境 掘削影響領域中の地下水流量が応答特性の区分目安値よりも少ない地質環境

表 2-1 人工バリアシステムの応答の仕組みの分類 (2/2)

移行機構	分類	水理条件	式	機能する主要な安全評価パラメータ、安全機能など	機能しない主要な安全評価パラメータ、安全機能など	仕組みの概観	対応する処分環境
溶解度制限 (拡散律速の状態における移行による核種移行)		$Q_{in} \ll Q$	$F_d = \frac{K}{(K+L)} C_{SOL} Q_d$	<ul style="list-style-type: none"> 拡散媒体の幾何形状 溶解度 人工バリア内の地下水流速 低透水性 	<ul style="list-style-type: none"> 拡散媒体の実効拡散係数 	<ul style="list-style-type: none"> 溶解度が移流による核種の放出を制限する状況 人工バリア中の地下水流速、溶解度、幾何形状など、人工バリアの環境条件や該当する安全機能の発現により、核種の移行が抑制・遅延される。 	<ul style="list-style-type: none"> 掘削影響領域中の地下水流速が応答特性の区分目安よりも多い地質環境 人工バリア中の地下水流速が応答特性の区分目安よりも少ない地質環境 溶解度制限が機能する状況
		Q_{in}	$F_d = C_{SOL} Q_d$	<ul style="list-style-type: none"> 溶解度 人工バリア内の地下水流速 低透水性 	<ul style="list-style-type: none"> 幾何形状 拡散媒体の実効拡散係数 	<ul style="list-style-type: none"> 溶解度が移流による核種の放出を制限する状況 人工バリア中の地下水流速、溶解度など、人工バリアの環境条件や該当する安全機能の発現により、核種の移行が抑制・遅延される。 	<ul style="list-style-type: none"> 掘削影響領域中の地下水流速が応答特性の区分目安よりも多い地質環境 人工バリア中の地下水流速が応答特性の区分目安よりも少ない地質環境 溶解度制限が機能する状況
		$Q_{in} \ll Q_{th}$	$F_d = \frac{K}{(K+L)} \frac{F_{Ue}}{EDe} Q_d$	<ul style="list-style-type: none"> 溶出率 拡散媒体の幾何形状 拡散媒体の実効拡散係数 人工バリア内の地下水流速 	<ul style="list-style-type: none"> 初期の核種量 	<ul style="list-style-type: none"> 溶出率が移流による核種の放出を制限する状況 人工バリア中の地下水流速、溶出率、幾何形状など、人工バリアの環境条件や該当する安全機能の発現により、核種の移行が抑制・遅延される。 	<ul style="list-style-type: none"> 掘削影響領域中の地下水流速が応答特性の区分目安よりも多い地質環境 人工バリア中の地下水流速が応答特性の区分目安よりも少ない地質環境 核種の放出が核種量ではなく溶出率で制限されるような溶出率が比較的低い状況
移流による核種移行		Q_{in}	$C_{K \max} = \frac{I_0}{(c_1 Rd V_f + \delta Rd V_d + e_m Rd V_m)}$ $F_d = C_{K \max} Q_d$	<ul style="list-style-type: none"> 充填材の幾何形状 拡散媒体の幾何形状 掘削影響領域の幾何形状 初期の核種量 充填材に対するKd 拡散媒体に対するKd 掘削影響領域に対するKd 人工バリア内の地下水流速 	<ul style="list-style-type: none"> 拡散媒体の実効拡散係数 溶解度 溶出率 	<ul style="list-style-type: none"> 初期の核種量が移流による核種の放出を制限する状況 人工バリア中の地下水流速、初期の核種量、収着、幾何形状など、人工バリアの環境条件や該当する安全機能の発現により、核種の移行が抑制・遅延される。 	<ul style="list-style-type: none"> 掘削影響領域中の地下水流速が応答特性の区分目安よりも少ない地質環境 人工バリア中の地下水流速が応答特性の区分目安よりも多い地質環境 核種の放出が核種量ではなく溶出率で制限されるような溶出率が比較的低い状況
		$Q_{in} \ll Q_{th}$	$C_{K \max} = \frac{I_0}{(c_1 Rd V_f + \delta Rd V_d + e_m Rd V_m)}$ $F_d = \frac{K}{(K+L)} C_{K \max} Q_d$	<ul style="list-style-type: none"> 充填材の幾何形状 拡散媒体の幾何形状 掘削影響領域の幾何形状 初期の核種量 充填材に対するKd 拡散媒体に対するKd 人工バリア内の地下水流速 	<ul style="list-style-type: none"> 幾何形状 溶解度 溶出率 	<ul style="list-style-type: none"> 初期の核種量が移流による核種の放出を制限する状況 人工バリア中の地下水流速、初期の核種量、収着、幾何形状など、人工バリアの環境条件や該当する安全機能の発現により、核種の移行が抑制・遅延される。 	<ul style="list-style-type: none"> 掘削影響領域中の地下水流速が応答特性の区分目安よりも少ない地質環境 人工バリア中の地下水流速が応答特性の区分目安よりも多い地質環境 核種の放出が核種量ではなく溶出率で制限されるような溶出率が比較的低い状況
		Q_{in}	$C_{K \max} = \frac{I_0}{(c_1 Rd V_f + \delta Rd V_d + e_m Rd V_m)}$ $F_d = C_{K \max} Q_d$	<ul style="list-style-type: none"> 充填材の幾何形状 掘削影響領域の幾何形状 初期の核種量 充填材に対するKd 掘削影響領域に対するKd 人工バリア内の地下水流速 	<ul style="list-style-type: none"> 幾何形状 溶解度 溶出率 	<ul style="list-style-type: none"> 初期の核種量が移流による核種の放出を制限する状況 人工バリア中の地下水流速、初期の核種量、収着、幾何形状など、人工バリアの環境条件や該当する安全機能の発現により、核種の移行が抑制・遅延される。 	<ul style="list-style-type: none"> 掘削影響領域中の地下水流速が応答特性の区分目安よりも少ない地質環境 人工バリア中の地下水流速が応答特性の区分目安よりも多い地質環境 核種の放出が核種量ではなく溶出率で制限されるような溶出率が比較的低い状況
核種量制限		Q_{in}	$C_{K \max} = \frac{I_0}{(c_1 Rd V_f + \delta Rd V_d + e_m Rd V_m)}$ $F_d = C_{K \max} Q_d$	<ul style="list-style-type: none"> 充填材の幾何形状 掘削影響領域の幾何形状 初期の核種量 充填材に対するKd 掘削影響領域に対するKd 人工バリア内の地下水流速 	<ul style="list-style-type: none"> 幾何形状 溶解度 溶出率 	<ul style="list-style-type: none"> 初期の核種量が移流による核種の放出を制限する状況 人工バリア中の地下水流速、初期の核種量、収着、幾何形状など、人工バリアの環境条件や該当する安全機能の発現により、核種の移行が抑制・遅延される。 	<ul style="list-style-type: none"> 掘削影響領域中の地下水流速が応答特性の区分目安よりも少ない地質環境 人工バリア中の地下水流速が応答特性の区分目安よりも多い地質環境 核種の放出が核種量ではなく溶出率で制限されるような溶出率が比較的低い状況

2.7 目標線量以下にするための核種の閉じ込め時間

廃棄体から拡散媒体への核種放出が定常放出率 F_K で一定と仮定した場合、廃棄体中の核種量 I の時間変化は定常放出率 F_K と崩壊定数を用いて以下のように表わされる。

$$\frac{dI}{dt} = -\lambda I - F_K \quad 2.7-(1)$$

上式は定数変化法を用いて、 $t=0$ で $I=I_0$ の初期条件のもと、以下のように解かれる。

$$I = \left(I_0 + \frac{F_K}{\lambda} \right) \exp(-\lambda t) - \frac{F_K}{\lambda} \quad 2.7-(2)$$

瞬時溶出の条件における、拡散媒体からの掘削影響領域への放出率が目標値 F_{LR} 以下となるために必要な初期の核種量を I_R とすると、2.2.1-(10)式（内側境界濃度が溶解度で制限される場合）または、2.2.2-(10)式（内側境界からの核種放出率が廃棄体からの核種の溶出率で制限される場合）から、掘削影響領域の地下水流量 Q に応じて、 $I_R \leq I_0$ の制約条件のもと、拡散媒体からの掘削影響領域への核種放出率 F_L が F_{LR} になるための初期の核種量 I_R がそれぞれの内側境界条件に応じて以下のように算出される。

[濃度一定の場合（2.2.1-(10)式より）]

$$I_R = F_{LR} \frac{(G3G8 + G7)}{\left[G2G5 \left(2 \frac{P4}{P1} + \frac{P2P3}{P1} \right) - 2G6 \right]} \quad 2.7-(3)$$

[放出率一定の場合（2.2.2-(10)式より）]

$$I_R = F_{LR} \frac{\left[\left(\frac{2G4}{P2} + G3 \right) G8 + G9 \right]}{\left(\frac{G2G5}{P2} (2P5 + P1P3) - 2G6 \right)} \quad 2.7-(4)$$

2.7-(2)式において $F_K=0$ とすると、初期の核種量 I_0 が、最大放出率 F_R を与える核種量 I_R と等しくなるまで崩壊するのに要する閉じ込め時間 t_c は、以下のように表わされる。

$$t_c = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{I_0}{I_R} \quad 2.7-(5)$$

従って、目標とする放出率を F_{LR} とした場合、2.7-(3)式または、2.7-(4)式から、目標とする放出率 F_{LR} となるために必要な初期の核種量 I_R を地下水流量に応じて求め、その結果を2.7-(5)式に代入することにより、人工バリアからの放出率を目標とする値以下にするための核種の閉じ込め期間を算出することが可能となる。

2.8 近似解析解の補正と近似解析解の特性

本近似解析解では、以下の仮定と近似が用いられている。

- 拡散媒体からの放出率の最大値は、与えられた初期の核種量において形成される最大の定常状態の放出率によって示されると仮定する
- 定常状態に到達する時間までに起こる廃棄体中の初期の核種の崩壊量と定常状態に到達する時間までに拡散媒体から放出される核種量を微量として無視することで、定常状態における人工バリア中の核種の存在量を、初期の核種量を用いて近似する

ここでは、定常状態は以下のように定義されている。

- 濃度一定または、放出率一定の内側境界条件において、濃度プロファイルが定常になる場合
- 掘削影響領域の地下水流量が少なく、充填材、緩衝材、掘削影響領域からなる人工バリア内の濃度が均一の一定濃度になり、濃度プロファイルが定常になる場合

また、本近似解析解では、2.3-(5)式や2.3-(8)式で示されるような内側境界での濃度や放出率が C_{Kmax} や F_{Kmax} を上回り、瞬時溶出と見なされ、濃度プロファイルが定常にならないような条件の場合は、仮定に基づいて C_{Kmax} や F_{Kmax} の条件のもとで定常状態になるものとして扱われる。

上記の仮定、近似においては、定常状態に達するまでの時間が長ければ長いほど、廃棄体中での核種の崩壊量が増えるとともに、拡散媒体から掘削影響領域に放出される核種の量が多くなる。そのため、定常状態の濃度プロファイルの形成に寄与する核種量として近似されている廃棄体中の初期の核種の存在量は実際の廃棄体中の核種量よりも多くなり、結果として、近似解析解から得られる放出率は、実際の値よりも高い保守的な値となる。そのため、定常到達時間を求めることができれば、その時間までの廃棄体中の初期の核種量の崩壊を考慮することが可能になり、人工バリア内に存在する核種量をそれに基づいて設定し、保守的に与えられている近似解の精度を向上させることが可能となる（定常状態に達する時間までに拡散媒体から掘削影響領域に放出される核種量を無視しているため、完全に補正することはできない）。

そこで、2.7-(2)式を用いて、定常状態に達する時間を近似的に見積もることとする。

2.7-(2)式は、核種の崩壊と廃棄体から拡散媒体への核種の一定放出を考慮し、任意の時間経過後の廃棄体中の核種量を表す式である。この式から、この廃棄体中の核種量 I が 0 となる時間は崩壊定数と一定の放出率に依存して決まることがわかる。

一方、本近似解析解で用いられている仮定「定常状態に到達する時間までに起こる廃棄体中の初期の核種の崩壊量と定常状態に到達する時間までに拡散媒体から放出される核種量を微量として無視することで、定常状態における人工バリア中の核種の存在量と廃棄体中の初期の核種量が等しいとする」に基づく、定常状態が形成される時間に廃棄体中の初期の核種の存在量が 0 になることになる。

ここで、上記の考えは、『必ずしも「拡散媒体の濃度プロファイルが定常になる時間＝廃棄体中の核種の枯渇時間」を意味するものではない』ということに注意すべきである。ここで示している

廃棄体中の初期の核種の存在量は、内側境界条件が濃度一定または、放出率一定で、瞬時溶出と見なせない場合は、それらの条件に応じて濃度プロファイルが定常になるために必要とされる最小の核種量として与えられる値である。そのため、瞬時溶出と見なせないような溶解度、溶出率の場合は、近似解析解において拡散媒体から掘削影響領域への放出率を求めるために用いられる廃棄体中の初期の核種の存在量は、実際の廃棄体中の初期の核種量よりも小さくなる。この廃棄体中の初期の核種量の違いに応じて、実際の核種放出における定常状態の継続時間が変化することになる。

ここでは、廃棄体中の核種の崩壊と一定の核種放出率を考慮した 2.7-(2)式を用いて、廃棄体中の初期の核種の存在量が 0 になる時間を定常状態に達する時間の近似値と考えることとし、2.7-(2)式の核種量 I が 0 となる時間 t_s を求める。

$I=0$ とすると 2.7-(2)式は以下のように表わされる。

$$I_0 = \frac{F_K}{\lambda} \exp(\lambda t) - \frac{F_K}{\lambda} \quad 2.8-(1)$$

2.8-(1)式を変形すると、時間 t_s は、以下のように表わされる。

$$t_s = \frac{1}{\lambda} \ln \left(\frac{I_0 \lambda + F_K}{F_K} \right) = \frac{1}{\lambda} \ln \left(\frac{I_0}{F_K} \lambda + 1 \right) \quad 2.8-(2)$$

本近似解析解は、内側境界条件（瞬時溶出を含む）と外側境界条件（掘削影響領域の地下水流量）が与えられた場合、それらの条件と与えられた核種移行パラメータを用いて、廃棄体中の初期の核種の存在量 I_0 を与えるとともに、その存在量 I_0 を用いて廃棄体から拡散媒体への定常放出率 F_K を与えるものである。この I_0 は、前述のように瞬時溶出の場合は実際の廃棄体中の核種量と一致するが、溶解度や溶出率が設定され、瞬時溶出と見なせない場合は、それらの値に応じて再設定される値である。

内側境界条件が濃度一定の場合、定常状態における廃棄体からの核種の放出率 F_K は、2.2.1-(1)式と 2.2.1-(2)式を用いて、以下のように与えられる。

$$C^*(x) = \frac{1}{P1} \left[\left(C_K \frac{1}{h2} - C_L \frac{1}{h1} \right) \exp(\sqrt{ax}) - h1h2 \left(C_K \frac{1}{h1} - C_L \frac{1}{h2} \right) \exp(-\sqrt{ax}) \right]$$

$$F_K = -DeE \frac{\partial C}{\partial x} \Big|_{x=K} = -\frac{G1}{P1} (P2C_K - 2C_L) \quad 2.8-(3)$$

以下に示す 2.2.1-(8)式と 2.2.1-(9)式で表わされる内側境界条件が濃度一定の場合の C_L と C_K を 2.8-(3)式に代入すると、

$$C_L = \frac{I_0}{(G3G8 + G7)} G8$$

$$C_k = \frac{I_0}{(G3G8 + G7)} \left[\left(\frac{G6}{G1} P1 - P2 \right) - \left(\frac{G2G5}{G1} P4 \right) \right]$$

定常状態における廃棄体からの核種の放出率 F_k は、以下のように表わされる。

$$F_k = -\frac{G1}{P1} (P2C_k - 2C_L) = \frac{I_0}{(G3G8 + G7)} \left(G2G5 \frac{P2P4}{P1} + G1 \frac{(P2P2 + 2G8)}{P1} - G6P2 \right) \quad 2.8-(4)$$

従って、内側境界条件が濃度一定の場合、廃棄体中の初期の核種量 I_0 と定常状態での廃棄体からの核種の放出率 F_k との関係は、以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{I_0}{F_k} &= \frac{(G3G8 + G7)}{\left(G2G5 \frac{P2P4}{P1} + G1 \frac{(P2P2 + 2G8)}{P1} - G6P2 \right)} \\ &= \frac{(G3G8 + G7)}{\left(G2G5 \left(\frac{P2P4}{P1} + \frac{2P3}{P1} \right) + G1 \frac{(P2P2 - 4)}{P1} - G6P2 \right)} \end{aligned} \quad 2.8-(5)$$

一方、内側境界条件が放出率一定の場合、廃棄体中の初期の核種量 I_0 と廃棄体からの核種の一定放出率 F_k との関係は、2.2.2-(9)式より、以下のように与えられる。

$$\frac{I_0}{F_k} = \frac{\left(\frac{2G4}{P2} + G3 \right) G8 + G9}{G1 \left(\frac{G2G5}{G1} P5 + P1 - \frac{G6}{G1} P2 \right)} = \frac{\left(G3G8 + \frac{2G4}{P2} G8 + G9 \right)}{\left(G2G5 P5 + G1 P1 - G6 P2 \right)} \quad 2.8-(6)$$

瞬時溶出の場合は、内側境界条件として溶解度を考える場合と溶出率を考える場合において、廃棄体中の初期の核種量 I_0 やそれに基づいて求められる拡散媒体から掘削影響領域への核種放出率 F_L 、さらには、廃棄体から拡散媒体への核種放出率 F_k はそれぞれ等しく与えられる。そのため、2.8-(5)式と2.8-(6)式は等しくなる（付録G参照）。

また、内側境界条件として溶解度を考える場合、または、溶出率を考える場合は、それぞれの境界条件に応じて、濃度プロファイルが定常になる最小の人工バリア内の核種量が廃棄体中の初期の核種の存在量 I_a として与えられる。また、廃棄体から拡散媒体への核種放出率 F_{ka} は廃棄体中の初期の核種の存在量 I_a と外側境界条件や核種移行パラメータ、人工バリアの幾何形状に応じて2.8-(5)式、または2.8-(6)式で示される関係式を用いて求められる。このことは、廃棄体中の初期の核種量 I_0 とこの I_0 を用いて求められる廃棄体から拡散媒体への核種放出率 F_k の比は、内側境界条件に依存せず、外側境界条件や核種移行パラメータ、人工バリアの幾何形状に応じて求められることを意味する。

内側境界条件に依存しない廃棄体中の初期の核種量 I_0 と廃棄体から拡散媒体への核種放出率 F_k

の比を 2.8-(2)式に代入すると、定常到達時間 t_s は以下のように求められる。

$$t_s = \frac{1}{\lambda} \ln \left(\frac{I_0 \lambda}{F_k} + 1 \right) = \frac{1}{\lambda} \ln \left[\lambda \frac{(G_3 G_8 + G_7)}{\left(G_2 G_5 \left(\frac{P_2 P_4}{P_1} + \frac{2 P_3}{P_1} \right) + G_1 \frac{(P_2 P_2 - 4)}{P_1} - G_6 P_2 \right)} + 1 \right]$$

または、

$$t_s = \frac{1}{\lambda} \ln \left(\frac{I_0 \lambda}{F_k} + 1 \right) = \frac{1}{\lambda} \ln \left[\lambda \frac{\left(\frac{2 G_4}{P_2} + G_3 \right) G_8 + G_9}{G_1 \left(\frac{G_2 G_5}{G_1} P_5 + P_1 - \frac{G_6}{G_1} P_2 \right)} + 1 \right] \quad 2.8-(7)$$

2.8-(7)式から得られる定常到達時間を用いると、廃棄体中の初期の核種の存在量 I_0 の補正值 I'_0 は以下のように求められる。

$$I'_0 = I_0 \exp(\lambda t_s) \quad 2.8-(8)$$

2.8-(8)式から得られる廃棄体中の初期の核種の存在量 I_0 の補正值 I'_0 を用いることで、近似解析解の精度を向上させることが可能であると考ええる。

2.8-(7)式で求められる定常到達時間の近似値は内側境界条件に依存しないものである。これは、本近似解析解を用いて定常到達時間を近似する本手法の特徴である。

実際の定常到達時間、または、最大値の出現時間は、内側境界条件の違い（瞬時溶出、濃度一定、放出率一定）や外側境界条件に応じて変化する。そのため、求めた定常到達時間の近似値の精度は、境界条件に応じて異なることになり、結果として、定常到達時間の近似値を用いて補正した場合の拡散媒体から掘削影響領域への放出率の精度も境界条件に応じて異なることになる。

そこで、定常到達時間の近似値を用いて補正した場合の拡散媒体から掘削影響領域への放出率や定常到達時間の近似値の精度の特徴を境界条件の違いを考慮して以下にまとめる。

○拡散係数が大きい、または、掘削影響領域の地下水流量が多く外側境界濃度が小さい等、実際の核種移行における定常到達時間が短い場合は、廃棄体中の核種の崩壊量や、拡散媒体から掘削影響領域に放出される核種量を無視する影響は小さく、廃棄体中の初期の核種量と定常状態の濃度プロファイルの形成に寄与する核種量との違いは小さい。そのため、結果として、近似解析解から得られる拡散媒体から掘削影響領域への放出率の誤差は小さい。定常到達時間の近似値を用いた補正に関しては、定常到達時間が短いことから補正による変化は小さい。

○拡散係数が小さい、または、掘削影響領域の地下水流量が少なく外側境界濃度が大きい等、実際の核種移行における定常到達時間が長い場合は、廃棄体中の核種の崩壊量や、拡散媒体から掘削影響領域に放出される核種量を無視する影響は大きく、廃棄体中の初期の核種量と定常状態の濃

影響領域に放出される核種量を無視する影響は大きく、廃棄体中の初期の核種量と定常状態の濃度プロファイルの形成に寄与する核種量との違いは大きい。そのため、結果として、近似解析解から得られる拡散媒体から掘削影響領域への放出率は実際の値よりも大きな、保守的な値として近似される。定常到達時間の近似値を用いて補正した場合、拡散媒体から掘削影響領域への放出率の精度は高まる。この場合の定常到達時間の近似値は、廃棄体から拡散媒体への放出率が実際の値よりも高めに与えられることから、実際の値よりも短く見積もられる。

- 瞬時溶出の場合は、仮定に基づき、与えられた廃棄体中の初期の核種の存在量に基づいて定常になる濃度プロファイルが求められ、それに基づいて拡散媒体から掘削影響領域への核種放出率や廃棄体から拡散媒体への核種放出率が算出される。定常状態に到達しない瞬時溶出の場合の最大値到達時間は、定常到達時間よりも早く出現する。そのため、瞬時溶出の場合の近似解析解から得られる定常到達時間の近似値は実際の瞬時溶出の場合の最大放出率出現時間よりも長くなる。結果として、瞬時溶出の場合、定常到達時間の近似値を用いて廃棄体中の初期の核種存在量を補正すると、実際の最大値出現時間よりも長い時間が定常到達時間の近似値として与えられるため、廃棄体中の核種の崩壊量が多めに見積もられることになる。特に、崩壊の影響が顕著に現れるような定常到達時間が長い条件（拡散係数が小さい、または、掘削影響領域の地下水流量が少なく外側境界濃度が大きい等）においては、実際の最大値出現時間よりも長く、顕著な崩壊が起こるような時間が定常到達時間の近似値として与えられるため、廃棄体中の核種の崩壊量が過剰に見積もられ、拡散媒体から掘削影響領域への放出率を低めに評価する可能性がある。

図 2-8、図 2-9 に、第 2 次 TRU レポート（電気事業連合会・核燃料サイクル開発機構、2005）で使用したレファレンスケースのデータを用いたグループ 2 の C-14 の数値解の結果（瞬時溶出と 11400 年、8500 年の浸出期間の場合の放出率の時間変化）と近似解析解から得られる定常放出率および定常到達時間の近似値を用いて補正した場合の定常放出率の結果の比較を掘削影響領域の地下水流量がレファレンスの場合と 1000 倍の場合に分けて示す。

図 2-8 から、掘削影響領域の地下水流量が少なく、定常到達時間が長くなる場合の瞬時溶出の結果に、定常到達時間の近似値を用いた補正を行うと、定常到達時間を過剰に長く見積もり、補正された放出率が実際の値よりも小さな値となることがわかる。2.8-(7)式および 2.8-(8)式を用いた精度の向上の詳細については、次章で記述する。

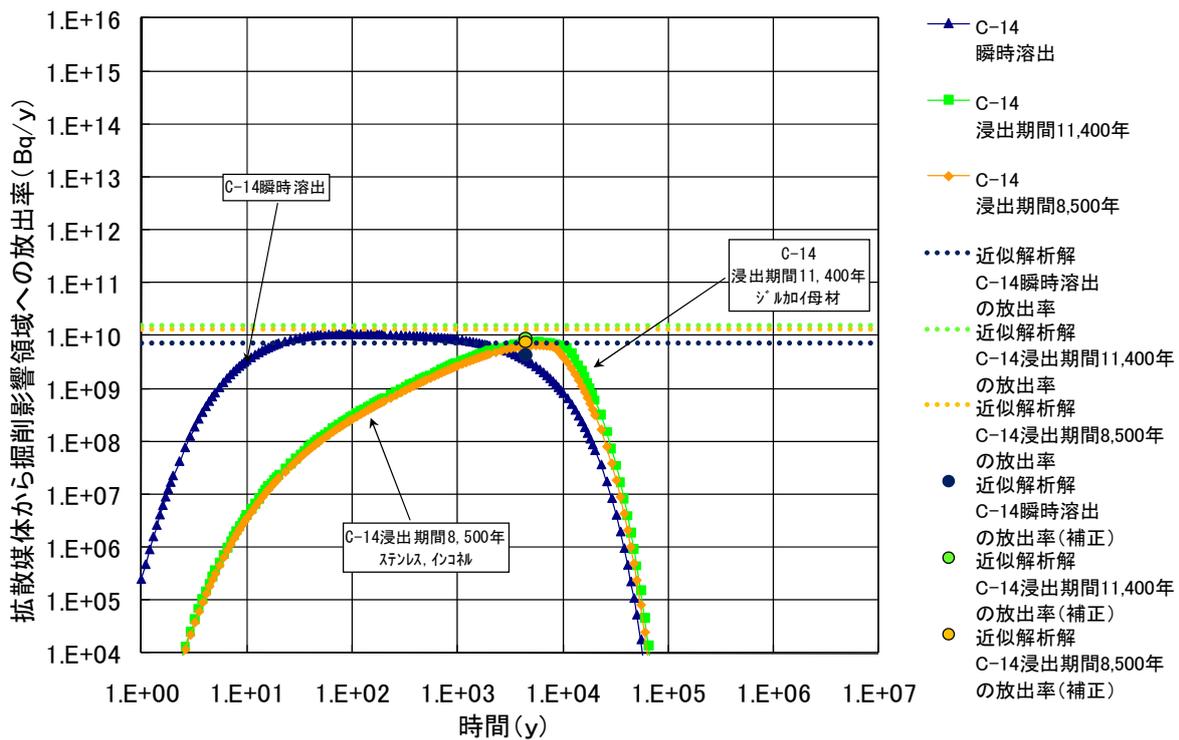


図 2-8 グループ2のC-14の数値解の結果と近似解析解の結果および定常到達時間の近似値を用いて補正した結果の比較（地下水流量レファレンス）

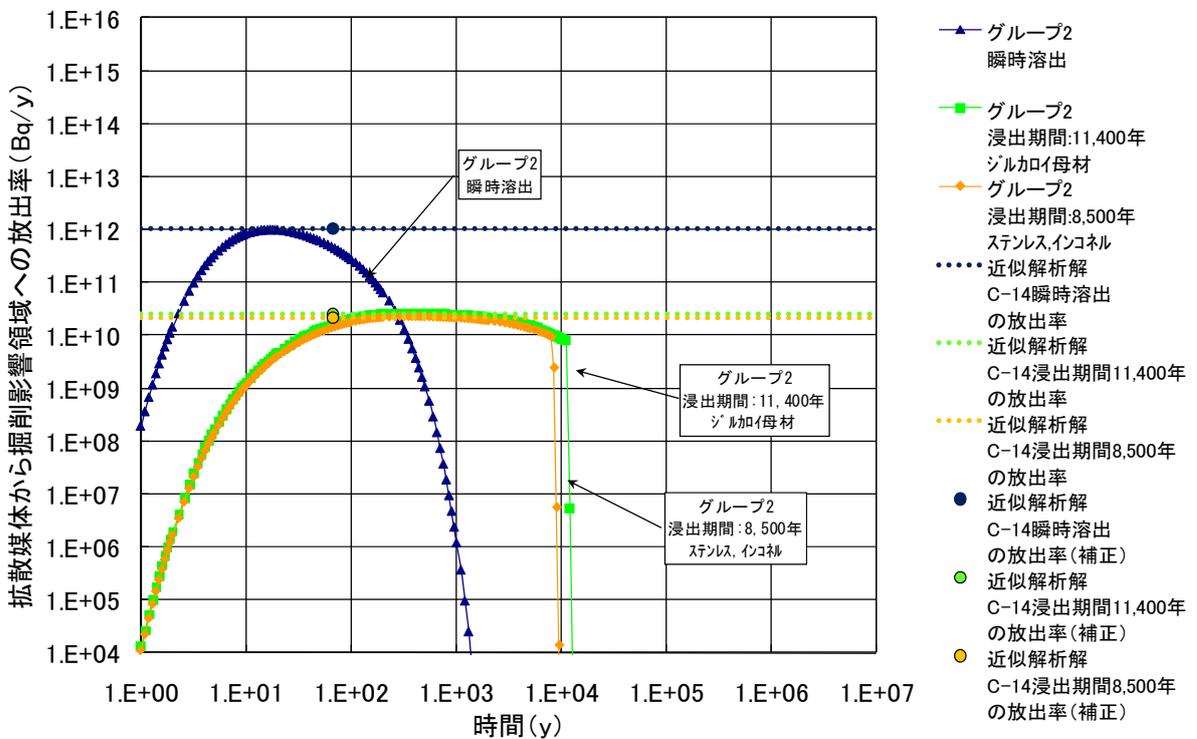


図 2-9 グループ2のC-14の数値解の結果と近似解析解の結果および定常到達時間の近似値を用いて補正した結果の比較（地下水流量 1000 倍）

3 近似解析解の妥当性の確認

第2次 TRU レポートで使用したレファレンスケースのデータを用いた数値解の結果と本検討で導出した近似解析解の結果を比較し妥当性を確認した。この妥当性の確認においては、放射性核種の量や既存の評価における安全性への影響などを参考に、対象核種として、グループ1のI-129、グループ2のC-14、Pu-239、グループ3のI-129、グループ4のSr-90を選定した。

数値解析には確率論的シミュレーションソフトウェア GoldSim を使用した。GoldSim の解析結果については、第2次 TRU レポートの結果との比較により、その妥当性を確認した。また、GoldSim と第2次 TRU レポートで使用した数値解析コード Tiger とのベンチマークを実施し、二つのコードの解析結果がよく一致することを確認した（原子力発電環境整備機構・日本原子力研究開発機構，2011）。以下、GoldSim によって得られる人工バリアからの核種放出率の最大値と近似解析解から得られる定常値の比較結果をグループごとに示す。

3.1 グループ1のI-129の結果の比較

図3-1に、人工バリア外側からのI-129（グループ1）の放出率についての数値解（GoldSim）と近似解析解の比較結果を示す。図3-1から、瞬時溶出の近似解析解が数値解の結果をよく表現していることがわかる。

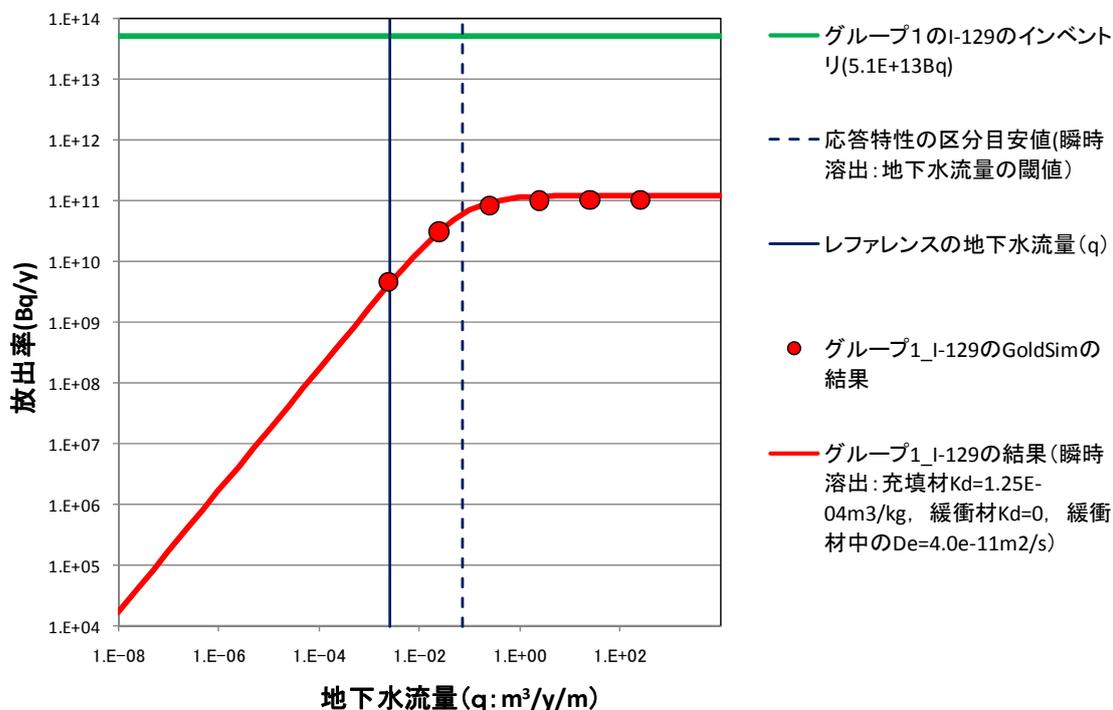


図 3-1 第2次 TRU レポートのレファレンスケースの結果と近似解析解の結果の比較
(グループ1のI-129)

3.2 グループ2の結果の比較

3.2.1 C-14の結果の比較

図 3-2 に、人工バリア外側からの C-14 (グループ 2) の放出率についての数値解 (GoldSim) と近似解析解の比較結果を示す。C-14 の溶出は、ジルカロイ母材の酸化被膜からの核種放出 (瞬時溶出) とジルカロイ母材の腐食に伴う核種溶出 (11,400 年の浸出期間)、ステンレス&インコネルの腐食に伴う核種溶出 (8,500 年の浸出期間) の三つの溶出モードに分けられる。図 3-2 にはこれらのモードごとの比較結果を示す。図 3-2 から、近似解析解の結果は概ね数値解の結果と一致しているが、溶出率を設定した二つのモードにおいては、地下水流量が少ない場合に、近似解析解の結果が二倍程度高めの評価となることがわかる。この原因として、以下のことが考えられる。

近似解析解においては、最大放出または定常放出に至る時間までの廃棄体中の核種の崩壊が考慮されていない。特に、溶出率を設定した場合は、瞬時溶出の場合に比べて最大放出または定常放出に至るまでの時間が長い。さらに、地下水流量が少ない場合は、この時間が長くなる。従って、溶出率を設定した二つのモードの地下水流量が少ない場合において、核種量の減衰の影響が顕著に表れるため放出率が高めに評価される。この影響の緩和を試みるため、2.8-(8)式を用いて初期の核種量を補正して比較した結果を図 3-3 に示す。図 3-3 から、溶出率を設定した二つのモードにおいては、近似解析解の精度が向上するが、瞬時溶出の結果については、2.8 節で述べたように、地下水流量が少ない場合に近似解析解の結果が非保守側の結果となることがわかる。

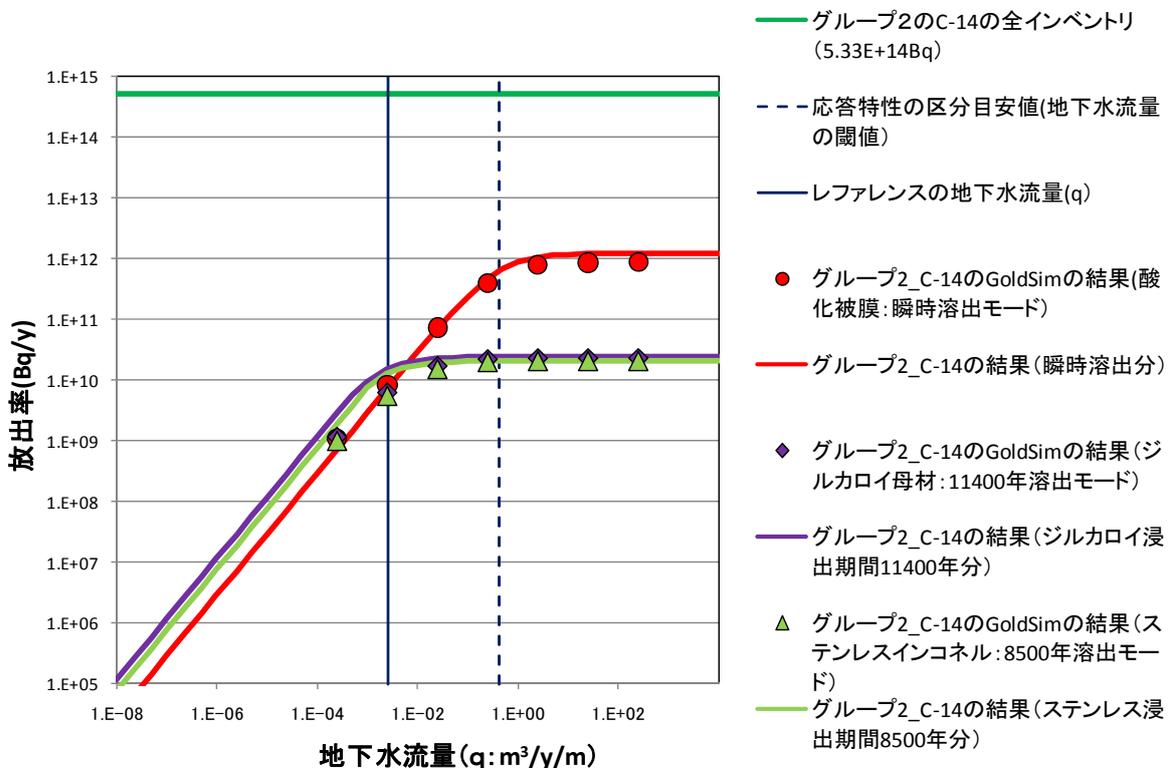


図 3-2 第 2 次 TRU レポートのレファレンスケースの結果と近似解析解の結果の比較 (グループ 2 の C-14)

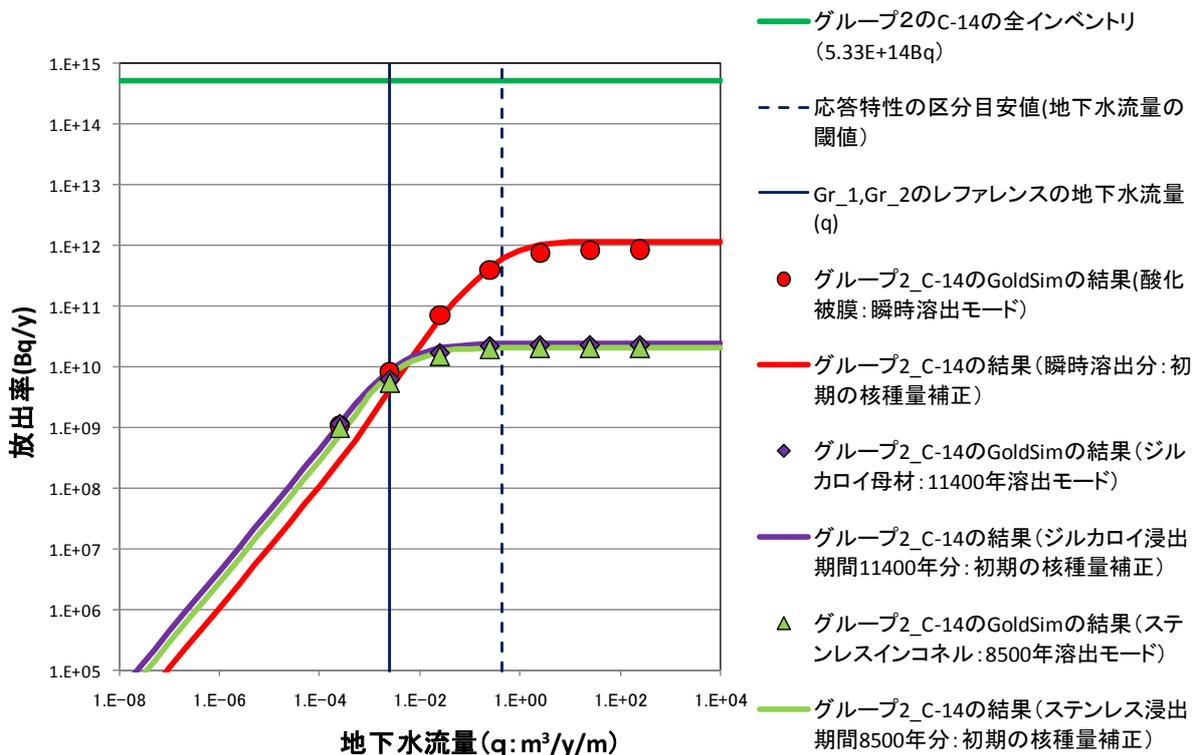


図 3-3 第 2 次 TRU レポートのレファレンスケースの結果と近似解析解の結果の比較
(グループ 2 の C-14 : 初期の核種量補正)

3.2.2 Sr-90 の結果の比較

図 3-4 に、人工バリア外側からの Sr-90 (グループ 2) の放出率についての数値解 (GoldSim) と近似解析解の比較結果を示す。図 3-4 から、Sr-90 の近似解析解の結果が数倍 (3~4 倍) 程度高めの評価となることがわかる。この原因としては、前述の C-14 の場合と同様に、「近似解析解においては、最大放出または定常放出になるまでに要する時間に起こる廃棄体中の核種の崩壊が考慮されていない」ことが考えられる。Sr-90 は半減期が 30 年程度であるため、この時間に核種量の有意な崩壊が起こることが考えられる。この崩壊による影響が近似解析解において考慮されていないため、近似解析解の放出率が高めに評価されるものと考えられる。

この影響の緩和を試みるため、2.8-(8)式を用いて初期の核種量を補正して比較した結果を図 3-5 に示す。

図 3-5 から、廃棄体中の初期の核種の存在量を定常到達時間の近似値を用いて補正した結果は数値解とよく一致することがわかる。

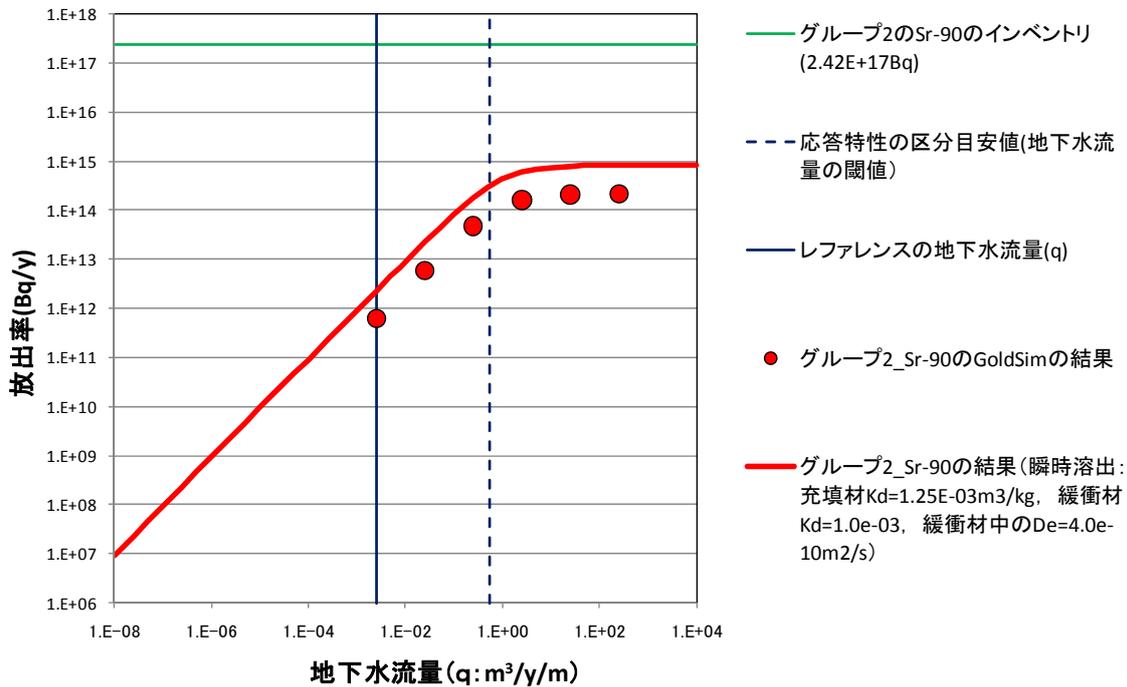


図 3-4 第2次 TRU レポートのレファレンスケースの結果と近似解析解の結果の比較 (グループ2のSr-90)

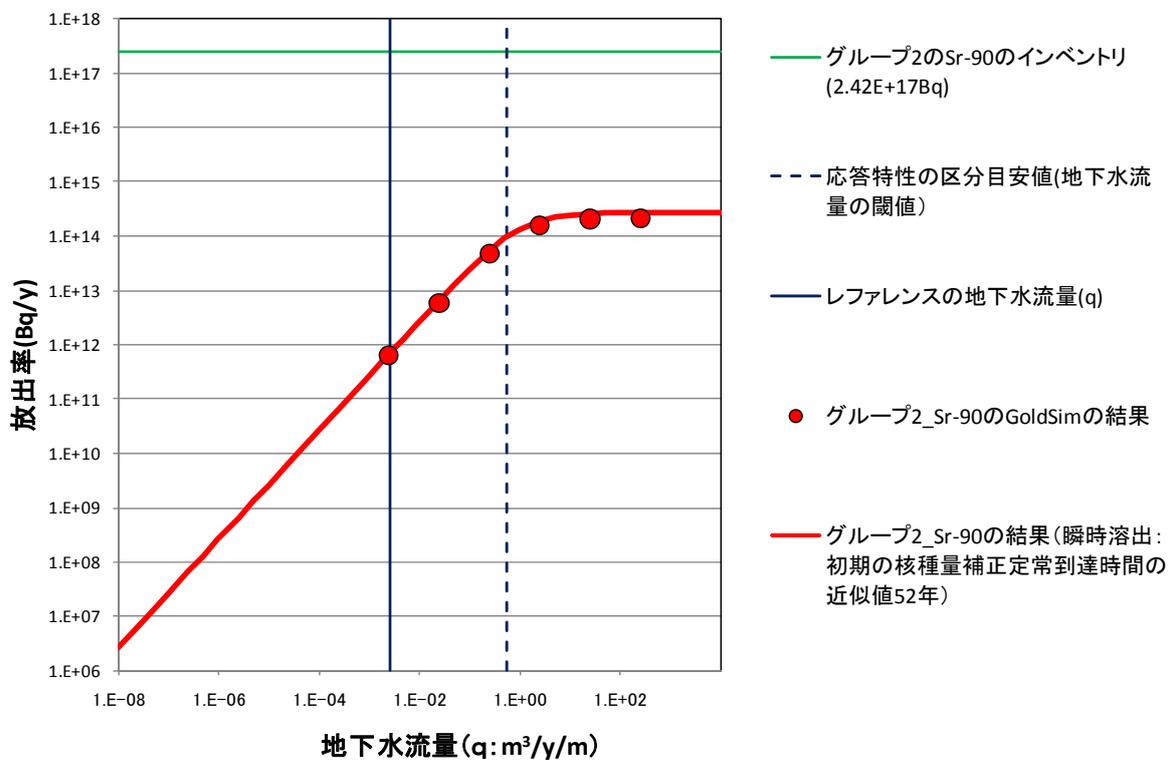


図 3-5 第2次 TRU レポートのレファレンスケースの結果と近似解析解の結果の比較 (グループ2のSr-90: 初期の核種量補正)

3.2.3 Pu-239 の結果の比較

図 3-6 に、人工バリア外側からの Pu-239（グループ 2）の放出率についての数値解（GoldSim）と近似解析解の比較結果を示す。図 3-6 から、溶解度 $2.0\text{e-}09\text{mol/l}$ で内側境界濃度を制限した近似解析解の結果は、レファレンスケースに対する数値解の結果とよく一致することがわかる。

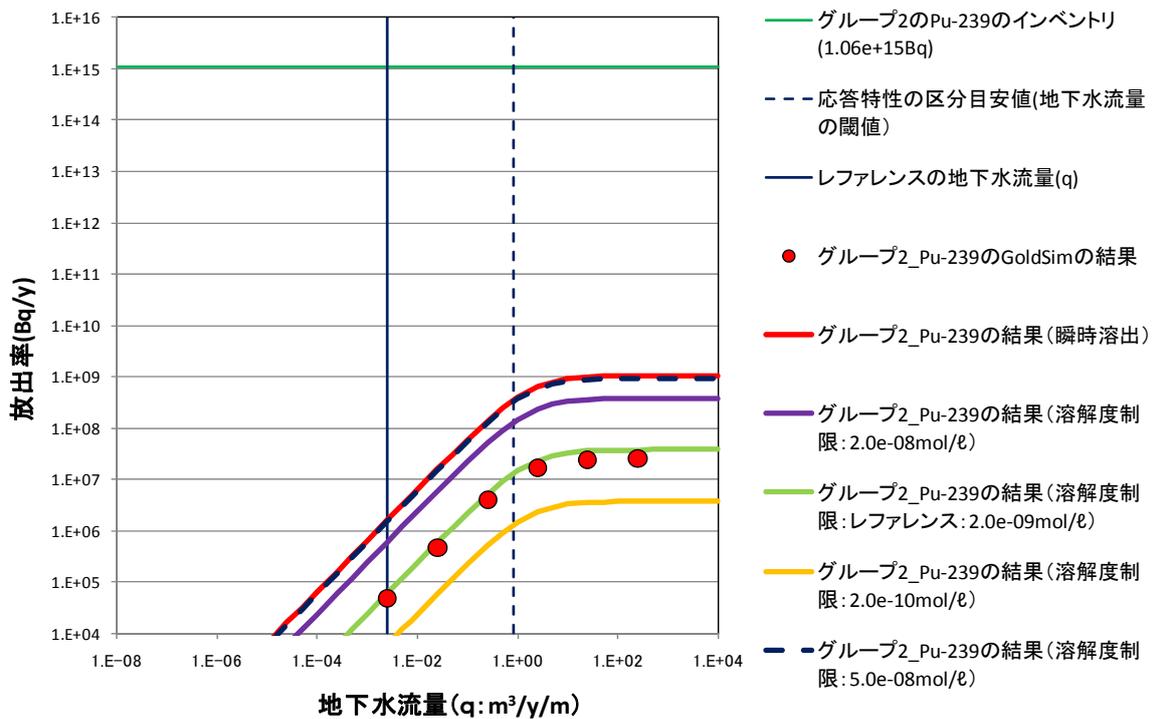


図 3-6 第 2 次 TRU レポートのレファレンスケースの結果と近似解析解の結果の比較
(グループ 2 の Pu-239)

3.3 グループ 3 の I-129 の結果の比較

図 3-7 に、人工バリア外側からの I-129（グループ 3）の放出率についての数値解（GoldSim）と近似解析解の比較結果を示す。図 3-7 から、瞬時溶出の近似解析解が数値解の結果をよく表現していることがわかる。グループ 3 では緩衝材を敷設していないため、人工バリアからの放出率は充填材領域からの移流によって支配されている。図 3-7 から近似解析解が移流による放出もよく表現できることがわかる。（緩衝材を敷設しない場合の解析方法については、次節で記述する）

3.4 グループ 4 の Sr-90 の結果の比較

図 3-8 に、人工バリア外側からの Sr-90（グループ 4）の放出率についての数値解（GoldSim）と近似解析解の比較結果を示す。図 3-8 から、地下水流量が少ない（レファレンス条件）場合、Sr-90 の近似解析解の結果が数値解の 1/4 程度となっていることがわかる。これは、第 2 次 TRU レポートのグループ 3, 4 の緩衝材を敷設しない条件でのモデルと近似解析解のモデルが異なることにより生じるものである。

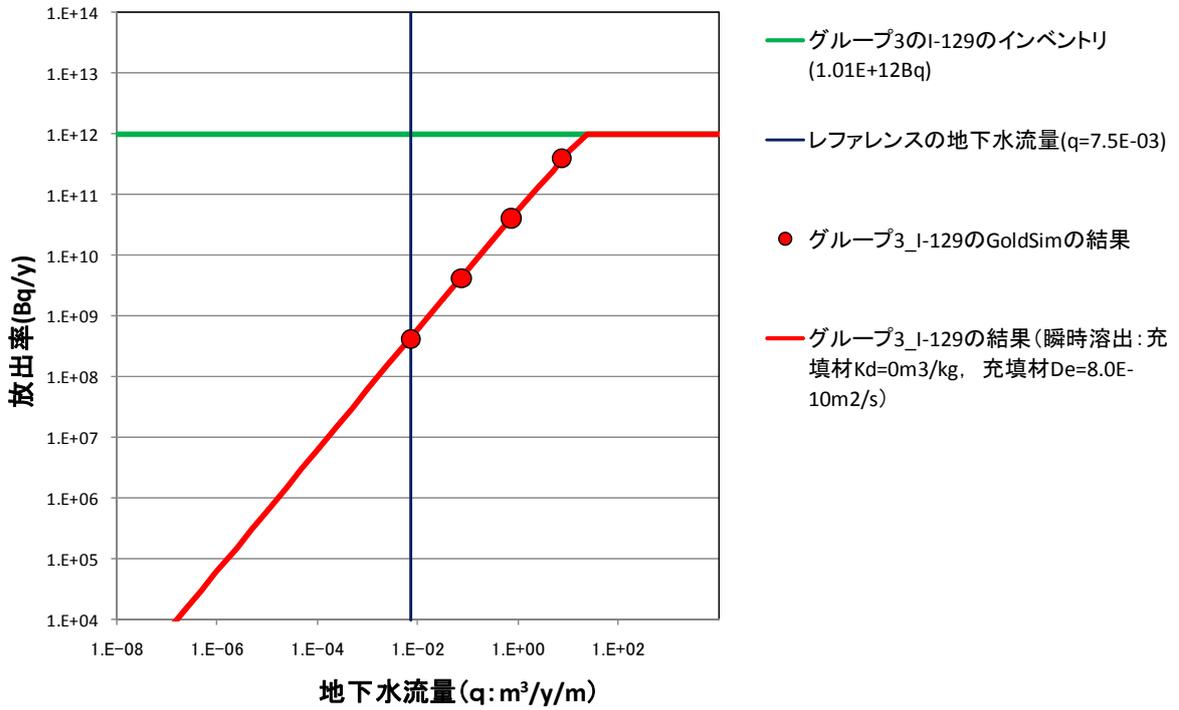


図 3-7 第2次 TRU レポートのレファレンスケースの結果と近似解析解の結果の比較
(グループ3のI-129)

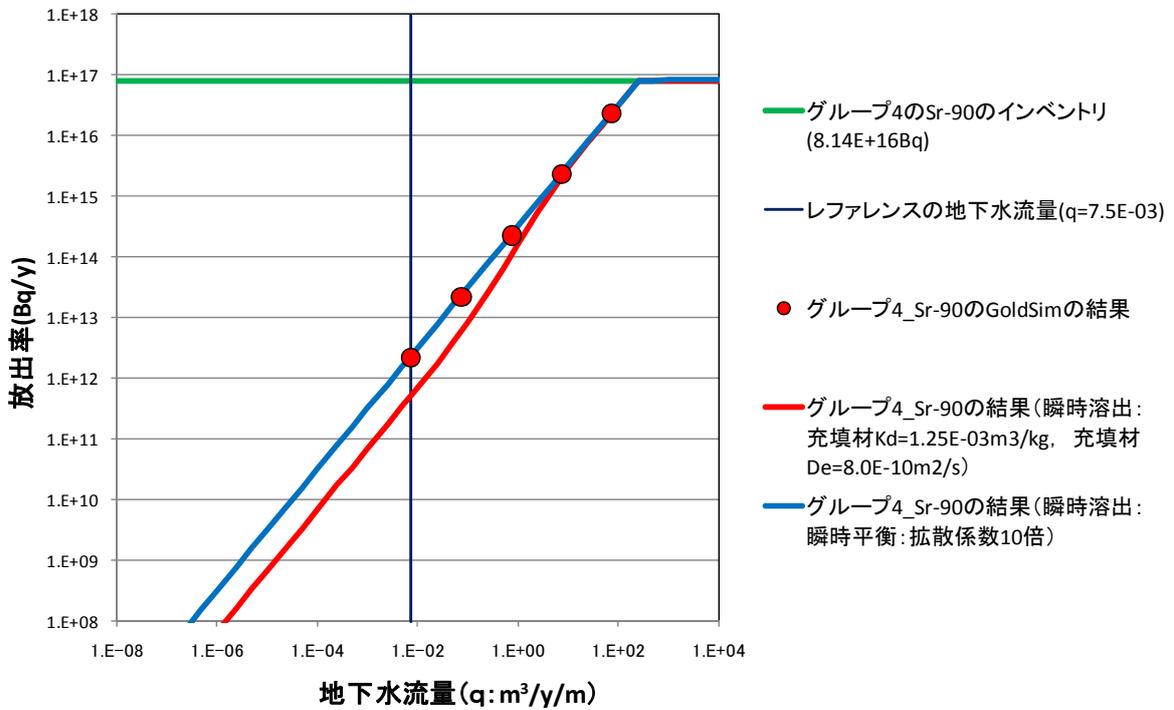


図 3-8 第2次 TRU レポートのレファレンスケースの結果と近似解析解の結果の比較
(グループ4のSr-90)

緩衝材を敷設しない概念に対する第2次 TRU レポートの移行モデルでは、充填材領域を一つのセルとして瞬時分配平衡を考え、セルの中心に与えられる瞬時分配平衡濃度を用いて移流による核種放出率を計算している。また、流量が小さく、拡散支配となる場合に対応するため、同時にセルの中心から充填材外側までを拡散領域として拡散による放出率を求めている。GoldSim ではこのモデルが採用されている。移流による放出率の計算においては、充填材中の濃度が瞬時に分配平衡になることが仮定されている。そのため、平衡濃度になるまでに要する時間が無視され、充填材中の崩壊の影響が考慮されない保守的な値となっている。

一方、近似解析解では、緩衝材を敷設しない場合の解析を以下のように実施している。

- ・ 充填材領域の体積を 0 とし、解析対象を拡散領域と掘削影響領域の 2 つとする。
- ・ 拡散領域を充填材領域と考え、充填材と掘削影響領域を解析対象として解析を行う。

そのため、近似解析解では、崩壊を考慮した拡散移行による充填材中の濃度形成が考慮され、半減期が短い核種程、この時間の崩壊の影響が顕著に表れることになり、Sr-90 の場合、近似解析解の結果は充填材中を移行する過程での核種の崩壊の影響により、GoldSim の放出率に比べて低めに評価されることになる。このことは、充填材領域中の濃度が瞬時に平衡になるように実効拡散係数を高めに設定した近似解析解の結果において、両者が一致することから確認できる。図 3-8 にグループ 4 の Sr-90 の実効拡散係数を 10 倍に設定した場合の結果を併せて示す。

4 まとめ

「拡散媒体からの放出率の最大値は、与えられた初期の核種量において形成される最大の定常状態の放出率によって示される」との仮定と「定常状態に到達する時間までに起こる廃棄体中の初期の核種の崩壊量と定常状態に到達する時間までに拡散媒体から放出される核種量を微小量として無視することで、定常状態における人工バリア中の核種の存在量を、廃棄体中の初期の核種量を用いて近似する」との近似に基づき、既知量の核種量と外側境界の地下水流量を、未知量の内側境界条件や外側境界濃度と関係付けることによって、瞬時溶出の場合の拡散媒体からの核種放出率を求める近似解析解を導出した。

廃棄体からの核種の放出が溶解度で制限される場合は、近似解析解を用いて核種量を再設定することで、妥当な結果を得ることができる。一方、廃棄体からの核種の放出が一定の溶出率で制限される場合は、近似解析解を用いて核種量を再設定することで、妥当な結果を得ることができる。緩衝材を敷設しない概念の場合は、近似解析解において充填材領域の体積を 0 とし、拡散媒体としてモデル化されている緩衝材領域を充填材領域として、充填材領域中の移流による核種移行解析を実施する。

本近似解析解では、定常到達時間までの核種量の崩壊が無視されている。半減期の長い核種は、崩壊の影響が小さいため、近似解析解で得られる結果は数値解の結果とよく一致する。一方、半減期が短い核種、あるいは遅延係数の大きい核種は定常到達時間までの核種の崩壊の影響が顕著に現れるため誤差が大きくなり、近似解析解の結果（放出率）が数値解に比べて高くなる。これらの誤差を小さくするため、定常到達時間の近似値を解析的に求め、これを用いて、廃棄体中の初期の核種の存在量を補正した。

導出した近似解析解は、数値解との比較からその妥当性が詳細に確認された。近似解析解と数値解の結果の比較にあたり、グループ1のI-129については、瞬時溶出を考慮し、グループ2のPu-239については溶解度制限を考慮した。また、グループ2のC-14については、核種の溶出を規定する3つの溶出モードを考慮した。さらに、グループ3,4では、緩衝材を敷設しない概念での充填材領域中での移流による核種放出を考慮した。グループ3,4の数値解の結果との比較においては、充填材領域において瞬時分配平衡を仮定している数値解のモデルと合わせるために、拡散媒体である充填材領域の実効拡散係数に大きな値を与え、瞬時に充填材中の濃度が定常になり、充填材中の平均濃度が求められるようにした。これらの比較においては、崩壊の影響が大きく近似解析解の結果が保守的に見積もられるケースに対して初期の核種量を補正した解析を実施し、数値解と比較した。これらの比較により近似解析解および廃棄体中の初期の核種の存在量の補正が数値解の結果を十分再現することが示された。

求めた近似解析解は多数のパラメータからなる複雑な形式のものである。解析解の本来の利点はパラメータの相互関係が式で記述されるため、システムの応答の仕組みが理解しやすいことである。そこで、導出した近似解析解に含まれる崩壊定数 λ を0と見なし、テーラー展開することによって得られる簡略化された式を用いて、人工バリアシステムの応答の仕組み表現した。この簡略化された式は、人工バリアシステムの応答の仕組みの理解を助けるものである。今後、このようなシステムの応答の仕組みに基づいて、安全評価パラメータで表現される安全機能の発現や処分環境において生起する現象を分類・整理することにより、シナリオの分類・整理が容易になり、安全評価の網羅性を向上させることが可能になると考える。

謝辞

近似解析解の妥当性の確認においては、日揮株式会社 千葉保様、中川辰雄様、三菱マテリアル株式会社 高瀬敏郎様、中澤俊之様、赤木洋介様にご協力をいただいた。ここに深く感謝申し上げます。

参考文献

- 江橋 健, 小尾繁, 大井貴夫 (2009) : 高レベル放射性廃棄物地層処分における性能評価パラメータの安全裕度評価方法の例示, 原子力バックエンド研究, Vol.15 NO.2, pp99-115.
- 電気事業連合会・核燃料サイクル開発機構 (2005) : TRU 廃棄物処分技術検討書—第2次 TRU 廃棄物処分研究開発取りまとめ—, JNC TY1400 2005-013, FEPC TRU-TR2 -2005-02.
- 原子力安全委員会 (2007) : 低レベル放射性廃棄物埋設に関する安全規制の基本的考え方 (中間報告).
- 原子力発電環境整備機構・日本原子力研究開発機構 (2011) : 「地層処分低レベル放射性廃棄物の安全評価解析と物量変動の処分場への影響に関する検討・評価」共同研究報告書, NUMO-TR-10-05.
- IAEA (2004) : Safety Assessment Methodology for Near Surface Disposal Facilities, Results of a co-ordinated research project, Volume 1, Review and enhancement of safety assessment approaches and tool, INTERNATIONAL ATOMIC ENERGY AGENCY, VIENNA, 2004.
- J. CRANK (1975) : The Mathematics of Diffusion, second edition, oxford science publications.
- J. Ahn, P.L. Chambre, T.H. Pigford (1988) : Transient of diffusion from a waste solid into fractured porous Rock, LBL-24576
- 核燃料サイクル開発機構 (1999a) : わが国における高レベル放射性廃棄物地層処分の技術的信頼性—地層処分研究開発第2次取りまとめ, 総論レポート, JNC TN1400 99-020.
- 核燃料サイクル開発機構 (1999b) : わが国における高レベル放射性廃棄物地層処分の技術的信頼性, 地層処分研究開発第2次取りまとめ, 分冊3 地層処分システムの安全評価, JNC TN1400 99-023.
- 大井貴夫, 仲島邦彦 (1997) : 人工バリアからの核種放出に対する溶解度等の影響特性の把握, 動燃技報, No.102, PNC TN1340 97-002 ISSN 0289-6605, p5-p13.
- 大井貴夫, 曾根智之, 稲垣学, 三原守弘 (2004) : 包括的感度解析手法を用いた TRU 廃棄物処分の成立条件の抽出について, サイクル機構技法, No25, JNC TN1340 2004-004, pp69-84.
- P.L. Chambre, T. H. Pigford, W. W.-L. Lee, J. Ahn, S. Kajiwara, C. L. Kim, H. Kimura, H. Lung, W. J. Williams, S. J. Zavoshy (1985) : Mass transfer and transport in a geologic environment, LBL—19430.
- S. J. Zavoshy, P. L. Chambre, J. Ahn, T. H. Pigford and W. W.-L. Lee (1988) : Steady-state radionuclide transfer from a cylinder intersected by a fissure, LBL-23986.
- Seiichiro Mitsui, Hitoshi Makino, Manabu Inagaki and Takanori Ebina (2009) : Impact of Silicon Migration through Buffer Material on the Lifetime of Vitrified Waste, Scientific Basis for Nuclear Waste Management XXXIII, MRS Proceedings Volume 1193, pp397-404.

SKB (2006) : Long-term safety for KBS-3 repositories at Forsmark and Laxemar – a first evaluation Main Report of the SR-Can project.

鈴木俊一, 青木広臣, 川上博人, 畑明仁, 本島孝之 (2009) : 多重人工バリアシステムを有する放射性廃棄物施設の安全評価手法に関する考察, 原子力バックエンド研究, Vol.15 NO.2, pp87-98.

T. Ohi, K. Nakajima (1997) : BOUNDING ANALYSIS FOR SOLUBILITY, MRS Volume 465, Scientific Basis for Nuclear Waste Management XX, pp1091-1098.

T. Ohi, H. Takase, M Inagaki, K Oyamada, T. Sone, M. Mihara, T. Ebashi, K. Nakajima (2006) : Application of a Comprehensive Sensitivity Analysis Method on the Safety Assessment of TRU Waste Disposal in JAPAN, MRS Volume 985, Scientific Basis for Nuclear Waste Management XXX, 2006 pp129-134.

付録A 内側境界濃度一定, 外側境界濃度一定の条件で, 崩壊を考慮した
直交座標系一次元の拡散方程式の解析解

直交座標系1次元で崩壊を考慮した場合の核種の移行は以下の方程式で表わされる。

$$\{\varepsilon + (1-\varepsilon)Kd\rho\} \frac{\partial C}{\partial t} = De \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - \{\varepsilon + (1-\varepsilon)Kd\rho\} \lambda C \quad (\text{A})-①$$

ここで,

- ε : 拡散媒体の空隙率 (-)
- Kd : 拡散媒体の収着分配係数 (m³/kg)
- ρ : 拡散媒体の真密度 (kg/m³)
- C : 拡散媒体液相中の濃度 (Bq/m³)
- t : 時間 (y)
- De : 拡散媒体の実効拡散係数 (m²/y)
- Rd : 遅延係数 $Rd = 1 + \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon} Kd\rho$

$$\frac{De}{\{\varepsilon + (1-\varepsilon)Kd\rho\}} = \frac{De}{\varepsilon \left\{ 1 + \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon} Kd\rho \right\}} = \frac{De}{\varepsilon Rd} = Da \quad (\text{A})-②$$

- x : 距離 (m)
- λ : 崩壊定数 (1/y)

(A)–①式に(A)–②式を代入すると

$$\frac{\partial C}{\partial t} = Da \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - \lambda C \quad (\text{A})-③$$

以下の境界条件を考える。

- $x=K \rightarrow C(x, t) = C(K, t) = C_K$ (内側濃度 C_K で一定)
- $x=L \rightarrow C(x, t) = C(L, t) = C_L$ (外側濃度 C_L で一定)
- K : 拡散媒体内側までの距離(m)
- L : 拡散媒体外側までの距離(m)
- C_K : 内側境界濃度(Bq/m³)
- C_L : 外側境界濃度(Bq/m³)

上記の境界条件の下での(A)–③式の定常状態の解析解は以下のように導かれる。

定常状態であることから, (A)–③式の左辺=0, $Da \neq 0$ より,

$$0 = \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - \frac{\lambda}{Da} C = C'' - aC \quad (\text{A})-④$$

ここで,

$$a = \frac{\lambda}{Da} = \frac{\lambda \varepsilon R d}{De} \quad (1/m^2)$$

(A)-④式において, $C = \exp(fx)$ とおくと, $C'' = f^2 \exp(fx)$ より,

$$0 = f^2 \exp(fx) - a \exp(fx), \quad f^2 - a = 0, \quad f = \pm \sqrt{a}$$

任意定数を A, B とおくと, 求める定常解析解は以下のように表わされる。

$$C^*(x) = A \exp(\sqrt{a}x) + B \exp(-\sqrt{a}x) \quad (\text{A})-⑤$$

内側境界条件 $C(K, t) = C_K$, と外側境界条件 $C(L, t) = C_L$ より,

$$C_K = A \exp(\sqrt{a}K) + B \exp(-\sqrt{a}K) \quad (\text{A})-⑥$$

$$C_L = A \exp(\sqrt{a}L) + B \exp(-\sqrt{a}L) \quad (\text{A})-⑦$$

(A)-⑥式 $\times \exp(-\sqrt{a}L)$ より,

$$\begin{aligned} C_K \exp(-\sqrt{a}L) \\ = A \exp(\sqrt{a}K) \exp(-\sqrt{a}L) + B \exp(-\sqrt{a}K) \exp(-\sqrt{a}L) \end{aligned} \quad (\text{A})-⑧$$

(A)-⑦式 $\times \exp(-\sqrt{a}K)$ より,

$$\begin{aligned} C_L \exp(-\sqrt{a}K) \\ = A \exp(\sqrt{a}L) \exp(-\sqrt{a}K) + B \exp(-\sqrt{a}L) \exp(-\sqrt{a}K) \end{aligned} \quad (\text{A})-⑨$$

(A)-⑧ 式 - (A)-⑨ 式より,

$$\begin{aligned} C_K \exp(-\sqrt{a}L) - C_L \exp(-\sqrt{a}K) \\ = A [\exp(\sqrt{a}K) \exp(-\sqrt{a}L) - \exp(\sqrt{a}L) \exp(-\sqrt{a}K)] \end{aligned}$$

A で整理すると

$$A = \frac{C_K \exp(-\sqrt{a}L) - C_L \exp(-\sqrt{a}K)}{[\exp(\sqrt{a}K) \exp(-\sqrt{a}L) - \exp(\sqrt{a}L) \exp(-\sqrt{a}K)]} \quad (\text{A})-⑩$$

ここで,

$$a = \frac{\lambda \varepsilon R d}{De}, \quad h1 = \exp(\sqrt{a}K), \quad h2 = \exp(\sqrt{a}L),$$

$$P1 = \left(\frac{h1}{h2} - \frac{h2}{h1} \right)$$

とおくと,

$$A = \frac{C_K \frac{1}{h2} - C_L \frac{1}{h1}}{P1} \quad (\text{A})-⑪$$

(A)-⑪式を(A)-⑥式に代入して, B で整理すると

$$B = \frac{C_K h1 P1 - \left(C_K \frac{h1 h1}{h2} - C_L h1 \right) - h1 h2 \left(C_K \frac{1}{h1} - C_L \frac{1}{h2} \right)}{P1} \quad (\text{A})-⑫$$

(A)-⑤式に(A)-⑪式, (A)-⑫式を代入すると

$$C^*(x) = A \exp(\sqrt{a}x) + B \exp(-\sqrt{a}x)$$

$$= \frac{1}{P1} \left[\left(C_K \frac{1}{h2} - C_L \frac{1}{h1} \right) \exp(\sqrt{a}x) - h1 h2 \left(C_K \frac{1}{h1} - C_L \frac{1}{h2} \right) \exp(-\sqrt{a}x) \right] \quad (\text{A})-⑬$$

【検算】

内側境界条件, $x=K \rightarrow C(K, t) = C_K$ の確認

$$C_K = \frac{\left(C_K \frac{1}{h2} - C_L \frac{1}{h1} \right) \exp(\sqrt{a}K) - h1 h2 \left(C_K \frac{1}{h1} - C_L \frac{1}{h2} \right) \exp(-\sqrt{a}K)}{P1}$$

$$= \frac{\left(C_K \frac{h1}{h2} - C_L \right) - \left(C_K \frac{h2}{h1} - C_L \right)}{P1} = \frac{C_K \left(\frac{h1}{h2} - \frac{h2}{h1} \right)}{P1} = \frac{C_K P1}{P1} = C_K$$

外側境界条件, $x=L \rightarrow C(L, t) = C_L$ の確認

$$C_L = \frac{\left(C_K \frac{1}{h2} - C_L \frac{1}{h1} \right) \exp(\sqrt{a}L) - h1 h2 \left(C_K \frac{1}{h1} - C_L \frac{1}{h2} \right) \exp(-\sqrt{a}L)}{P1}$$

$$= \frac{\left(C_K - C_L \frac{h2}{h1} \right) - \left(C_K - C_L \frac{h1}{h2} \right)}{P1} = \frac{C_L \left(\frac{h1}{h2} - \frac{h2}{h1} \right)}{P1} = C_L$$

付録B 内側境界濃度一定, 外側境界濃度一定の場合の定常状態での拡散
媒体中の核種量 W_b

内側境界濃度が C_K で一定, 外側境界濃度が C_L で一定の場合の定常状態において, 拡散媒体の内側 K から外側 L までの領域 (液相, 固相) に存在する核種量 W_b (Bq) は, 以下のように近似される。

$$\begin{aligned} W_b &= \int_K^L [\varepsilon + (1-\varepsilon)Kd\rho] C^*(x) dV_d \cong \int_K^L \{[\varepsilon + (1-\varepsilon)Kd\rho] C^*(x) 2\pi x \ell\} dx \\ &= 2\pi\ell [\varepsilon + (1-\varepsilon)Kd\rho] \int_K^L \{C^*(x)x\} dx = 2\pi\ell\varepsilon R d \int_K^L \{C^*(x)x\} dx \end{aligned} \quad (\text{B})-①$$

ここで,

- W_b : 拡散媒体中の核種量 (Bq)
- ε : 拡散媒体の空隙率(-)
- Kd : 拡散媒体の収着分配係数(m^3/kg)
- ρ : 拡散媒体の真密度(kg/m^3)
- $C^*(x)$: 定常状態での液相中の核種濃度(Bq/m^3)

$$V_d : \text{拡散媒体の体積}(\text{m}^3) : V_d = \ell \frac{2\pi(K+L)(L-K)}{2} \cong 2\pi\ell \int_K^L x dx$$

ℓ : 廃棄体定置領域の長さ(m)

$$Rd : \text{遅延係数}(-) \quad Rd = 1 + \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon} Kd\rho$$

(B)-①式に (A)-⑬式を代入して積分を行うと, 以下の関係式が得られる。

$$\begin{aligned} W_b &= 2\pi\ell\varepsilon R d \int_K^L \{C^*x\} dx \\ &= 2\pi\ell\varepsilon R d \int_K^L \left[\frac{\left(C_K \frac{1}{h_2} - C_L \frac{1}{h_1} \right) \exp(\sqrt{ax}) - h_1 h_2 \left(C_K \frac{1}{h_1} - C_L \frac{1}{h_2} \right) \exp(-\sqrt{ax})}{P_1} \right] x dx \\ &= \frac{2\pi\ell\varepsilon R d}{P_1} \left[\left(C_K \frac{1}{h_2} - C_L \frac{1}{h_1} \right) \int_K^L [\exp(\sqrt{ax})] x dx - h_1 h_2 \left(C_K \frac{1}{h_1} - C_L \frac{1}{h_2} \right) \int_K^L [\exp(-\sqrt{ax})] x dx \right] \end{aligned}$$

(B)-②

ここで、部分積分により $\int_K^L [\exp(\sqrt{ax})]x dx$ を求める。

部分積分の公式より、 $\int_K^L f'g dx = [fg]_K^L - \int_K^L fg' dx$ において、 $f' = \exp(\sqrt{ax})$, $g = x$

とおくと

$$\begin{aligned}
 \int_K^L [\exp(\sqrt{ax})]x dx &= x \frac{1}{\sqrt{a}} [\exp(\sqrt{ax})]_K^L - \frac{1}{\sqrt{a}} \int_K^L [\exp(\sqrt{ax})] dx \\
 &= \left[x \frac{1}{\sqrt{a}} \exp(\sqrt{ax}) \right]_K^L - \left[\frac{1}{a} \exp(\sqrt{ax}) \right]_K^L \\
 &= \left(L \frac{1}{\sqrt{a}} \exp(\sqrt{aL}) \right) - \left(K \frac{1}{\sqrt{a}} \exp(\sqrt{aK}) \right) - \left[\left(\frac{1}{a} \exp(\sqrt{aL}) \right) - \left(\frac{1}{a} \exp(\sqrt{aK}) \right) \right] \\
 &= \exp(\sqrt{aL}) \left(L \frac{1}{\sqrt{a}} - \frac{1}{a} \right) - \exp(\sqrt{aK}) \left(K \frac{1}{\sqrt{a}} - \frac{1}{a} \right) \\
 &= \exp(\sqrt{aL}) \left(\frac{\sqrt{aL} - 1}{a} \right) - \exp(\sqrt{aK}) \left(\frac{\sqrt{aK} - 1}{a} \right) = \frac{1}{a} [h2(\sqrt{aL} - 1) - h1(\sqrt{aK} - 1)]
 \end{aligned}$$

(B)−③

ここで、 $h1 = \exp(\sqrt{aK})$, $h2 = \exp(\sqrt{aL})$

つぎに、部分積分により $\int_K^L [\exp(-\sqrt{ax})]x dx$ を求める。

$$\begin{aligned}
 \int_K^L [\exp(-\sqrt{ax})]x dx &= x \frac{-1}{\sqrt{a}} [\exp(-\sqrt{ax})]_K^L - \frac{-1}{\sqrt{a}} \int_K^L [\exp(-\sqrt{ax})] dx \\
 &= \left[x \frac{-1}{\sqrt{a}} \exp(-\sqrt{ax}) \right]_K^L - \left[\frac{1}{a} \exp(-\sqrt{ax}) \right]_K^L \\
 &= \left(L \frac{-1}{\sqrt{a}} \exp(-\sqrt{aL}) \right) - \left(K \frac{-1}{\sqrt{a}} \exp(-\sqrt{aK}) \right) - \left[\left(\frac{1}{a} \exp(-\sqrt{aL}) \right) - \left(\frac{1}{a} \exp(-\sqrt{aK}) \right) \right] \\
 &= \exp(-\sqrt{aL}) \left(L \frac{-1}{\sqrt{a}} - \frac{1}{a} \right) - \exp(-\sqrt{aK}) \left(K \frac{-1}{\sqrt{a}} - \frac{1}{a} \right) \\
 &= \exp(-\sqrt{aL}) \left(\frac{-\sqrt{aL} - 1}{a} \right) + \exp(-\sqrt{aK}) \left(\frac{\sqrt{aK} + 1}{a} \right) \\
 &= \frac{1}{a} \left[\frac{-1}{h2} (\sqrt{aL} + 1) + \frac{1}{h1} (\sqrt{aK} + 1) \right]
 \end{aligned}$$

(B)−④

(B)－③式と(B)－④式を(B)－②式に代入して

$$\begin{aligned}
W_b &= \frac{2\pi\ell\epsilon R d}{P1} \left[\left(C_K \frac{1}{h2} - C_L \frac{1}{h1} \right) \int_K^L [\exp(\sqrt{ax})] x dx - h1h2 \left(C_K \frac{1}{h1} - C_L \frac{1}{h2} \right) \int_K^L [\exp(-\sqrt{ax})] x dx \right] \\
&= \frac{2\pi\ell\epsilon R d}{P1a} \left(C_K \frac{1}{h2} - C_L \frac{1}{h1} \right) \left[h2(\sqrt{aL} - 1) - h1(\sqrt{aK} - 1) \right] \\
&\quad - \frac{2\pi\ell\epsilon R d}{P1a} h1h2 \left(C_K \frac{1}{h1} - C_L \frac{1}{h2} \right) \left[\frac{-1}{h2}(\sqrt{aL} + 1) + \frac{1}{h1}(\sqrt{aK} + 1) \right] \\
&= \frac{(2\pi\ell\epsilon R d)}{a(P1)} C_K \left[(h2\sqrt{aL} - h2 - h1\sqrt{aK} + h1) \left(\frac{1}{h2} \right) + [h1(\sqrt{aL} + 1) - h2(\sqrt{aK} + 1)] \left(\frac{1}{h1} \right) \right] \\
&\quad - \frac{(2\pi\ell\epsilon R d)}{a(P1)} C_L \left[(h2\sqrt{aL} - h2 - h1\sqrt{aK} + h1) \left(\frac{1}{h1} \right) + [h1(\sqrt{aL} + 1) - h2(\sqrt{aK} + 1)] \left(\frac{1}{h2} \right) \right] \\
&= \frac{(2\pi\ell\epsilon R d)}{a(P1)} C_K \left[\left(\sqrt{aL} - 1 - \frac{h1}{h2} \sqrt{aK} + \frac{h1}{h2} \right) + \left[\sqrt{aL} + 1 - \frac{h2}{h1} \sqrt{aK} - \frac{h2}{h1} \right] \right] \\
&\quad - \frac{(2\pi\ell\epsilon R d)}{a(P1)} C_L \left[\left(\frac{h2}{h1} \sqrt{aL} - \frac{h2}{h1} - \sqrt{aK} + 1 \right) + \left[\frac{h1}{h2} \sqrt{aL} + \frac{h1}{h2} - \sqrt{aK} - 1 \right] \right] \\
&= \frac{(2\pi\ell\epsilon R d)}{a(P1)} C_K \left(2\sqrt{aL} - \sqrt{aK} \left(\frac{h1}{h2} + \frac{h2}{h1} \right) + \left(\frac{h1}{h2} - \frac{h2}{h1} \right) \right) \\
&\quad - \frac{(2\pi\ell\epsilon R d)}{a(P1)} C_L \left(\sqrt{aL} \left(\frac{h1}{h2} + \frac{h2}{h1} \right) + \left(\frac{h1}{h2} - \frac{h2}{h1} \right) - 2\sqrt{aK} \right)
\end{aligned}$$

よって,

$$W_b = (2\pi\ell\epsilon R d) \left[\frac{(2\sqrt{aL} - P2\sqrt{aK} + P1)}{P1a} C_K + \frac{(2\sqrt{aK} - P2\sqrt{aL} - P1)}{P1a} C_L \right]$$

ここで,

$$P1 = \left(\frac{h1}{h2} - \frac{h2}{h1} \right), \quad P2 = \left(\frac{h1}{h2} + \frac{h2}{h1} \right)$$

さらに,

$$P3 = \frac{(2\sqrt{aL} - P2\sqrt{aK} + P1)}{a}, \quad P4 = \frac{(2\sqrt{aK} - P2\sqrt{aL} - P1)}{a}$$

$$G2 = 2\pi\ell\epsilon R d$$

とおくと

$$W_b = G2 \frac{(P3C_K + P4C_L)}{P1} \tag{B)－⑤}$$

付録C 内側境界からの放出率一定, 外側境界濃度一定の条件で, 崩壊を考慮した直交座標系一次元の拡散方程式の解析解

(A)–①式に対して以下の境界条件を考える。

$$x=K \rightarrow F_K = -DeE \frac{\partial C}{\partial x} \Big|_{x=K} \quad (\text{内側境界からの放出率が } F_K \text{ で一定}),$$

$$x=L \rightarrow C(x, t) = C(L, t) = C_L \quad (\text{外側濃度が } C_L \text{ で一定})$$

- K : 中心から拡散媒体内側までの距離(m)
 L : 中心から拡散媒体外側までの距離(m)
 C_K : 内側境界濃度(Bq/m³)
 C_L : 外側境界濃度(Bq/m³)
 F_K : 拡散媒体への核種の一定放出率(Bq/y)
 E : 拡散媒体内側の表面積(m²) : E=2 π K ℓ

任意定数を A, B とおくと求める(A)–①式の解析解は(A)–⑤式より, 以下のように表わされる。

$$C^*(x) = A \exp(\sqrt{ax}) + B \exp(-\sqrt{ax}) \quad (\text{A)–⑤})$$

内側境界条件, $F_K = -DeE \frac{\partial C}{\partial x} \Big|_{x=K}$, と外側境界条件[C(L, t)=C_L]より,

$$\frac{\partial C}{\partial x} = \sqrt{a} A \exp(\sqrt{ax}) - \sqrt{a} B \exp(-\sqrt{ax}) \quad (\text{C)–①})$$

$$F_K = -DeE \frac{\partial C}{\partial x} \Big|_{x=K} = -DeE \left[\sqrt{a} A \exp(\sqrt{aK}) - \sqrt{a} B \exp(-\sqrt{aK}) \right]$$

$$C_L = A \exp(\sqrt{aL}) + B \exp(-\sqrt{aL}) \quad (\text{C)–②})$$

(C)–①式×exp(-√aL)より,

$$\begin{aligned} \exp(-\sqrt{aL}) F_K &= -DeE \exp(-\sqrt{aL}) \left[\sqrt{a} A \exp(\sqrt{aK}) - \sqrt{a} B \exp(-\sqrt{aK}) \right] \\ &= -DeE \sqrt{a} \left[A \exp(\sqrt{aK}) \exp(-\sqrt{aL}) - B \exp(-\sqrt{aK}) \exp(-\sqrt{aL}) \right] \end{aligned} \quad (\text{C)–③})$$

(C)–②式×-DeE√a exp(-√aK)より,

$$\begin{aligned} -DeE \sqrt{a} \exp(-\sqrt{aK}) C_L &= -DeE \sqrt{a} \exp(-\sqrt{aK}) \left[A \exp(\sqrt{aL}) + B \exp(-\sqrt{aL}) \right] \\ &= -DeE \sqrt{a} \left[A \exp(-\sqrt{aK}) \exp(\sqrt{aL}) + B \exp(-\sqrt{aK}) \exp(-\sqrt{aL}) \right] \end{aligned} \quad (\text{C)–④})$$

(C)−③ 式+(C)−④式より,

$$\begin{aligned}
& \exp(-\sqrt{a}L)F_K - DeE\sqrt{a} \exp(-\sqrt{a}K)C_L \\
&= -DeE\sqrt{a} \left[A \exp(\sqrt{a}K) \exp(-\sqrt{a}L) - B \exp(-\sqrt{a}K) \exp(-\sqrt{a}L) \right] \\
& - DeE\sqrt{a} \left[A \exp(-\sqrt{a}K) \exp(\sqrt{a}L) + B \exp(-\sqrt{a}K) \exp(-\sqrt{a}L) \right] \\
&= -DeE\sqrt{a} A \left[\exp(\sqrt{a}K) \exp(-\sqrt{a}L) + \exp(-\sqrt{a}K) \exp(\sqrt{a}L) \right]
\end{aligned}$$

A で整理すると

$$A = \frac{F_K \exp(-\sqrt{a}L) - DeE\sqrt{a}C_L \exp(-\sqrt{a}K)}{-DeE\sqrt{a} \left[\exp(\sqrt{a}K) \exp(-\sqrt{a}L) + \exp(-\sqrt{a}K) \exp(\sqrt{a}L) \right]} \quad (C)−⑤$$

ここで,

$$\begin{aligned}
h1 &= \exp(\sqrt{a}K), & h2 &= \exp(\sqrt{a}L), \\
P1 &= \left(\frac{h1}{h2} - \frac{h2}{h1} \right), & P2 &= \left(\frac{h1}{h2} + \frac{h2}{h1} \right), \\
G1 &= DeE\sqrt{a} = DeE \sqrt{\frac{\lambda \varepsilon R d}{De}} = E \sqrt{\lambda \varepsilon R d De}
\end{aligned}$$

とおくと,

$$A = \frac{\frac{F_K}{h2} - \frac{G1C_L}{h1}}{-G1 \left[\frac{h1}{h2} + \frac{h2}{h1} \right]} = \frac{\frac{C_L}{h1} - \frac{F_K}{G1} \frac{1}{h2}}{P2} = \frac{1}{P2} \left(\frac{C_L}{h1} - \frac{F_K}{G1} \frac{1}{h2} \right) \quad (C)−⑥$$

(C)−⑥式を(C)−①式に代入して,

$$\begin{aligned}
F_K &= -DeE \left[\sqrt{a} A \exp(\sqrt{a}K) - \sqrt{a} B \exp(-\sqrt{a}K) \right] \\
&= -G1 A \exp(\sqrt{a}K) + G1 B \exp(-\sqrt{a}K) \\
&= -\frac{G1 \exp(\sqrt{a}K)}{P2} \left(\frac{C_L}{h1} - \frac{F_K}{G1} \frac{1}{h2} \right) + G1 B \exp(-\sqrt{a}K)
\end{aligned} \quad (C)−⑦$$

B で整理して,

$$\begin{aligned}
B &= \frac{1}{G1 \exp(-\sqrt{a}K)} \left[F_K + \frac{G1 \exp(\sqrt{a}K)}{P2} \left(\frac{C_L}{h1} - \frac{F_K}{G1} \frac{1}{h2} \right) \right] \\
&= \frac{F_K}{G1} h1 + \frac{h1 h1}{P2} \left(\frac{C_L}{h1} - \frac{F_K}{G1} \frac{1}{h2} \right) = \frac{F_K}{G1} h1 + \frac{h1 C_L}{P2} - \frac{F_K}{G1} \frac{h1 h1}{h2 P2} \\
&= \frac{F_K}{G1} \left(h1 - \frac{h1 h1}{h2 P2} \right) + \frac{h1 C_L}{P2} = \frac{F_K}{G1} \frac{1}{P2} \left(h1 P2 - \frac{h1 h1}{h2} \right) + \frac{h1 C_L}{P2} \\
&= \frac{F_K}{G1} \frac{1}{P2} \left(\frac{h1 h1}{h2} + h2 - \frac{h1 h1}{h2} \right) + \frac{h1 C_L}{P2} = \frac{F_K}{G1} \frac{h2}{P2} + \frac{h1 C_L}{P2} = \frac{h1 h2}{P2} \left(\frac{F_K}{G1} \frac{1}{h1} + \frac{C_L}{h2} \right)
\end{aligned} \quad (C)−⑧$$

(A)–⑤式に(C)–⑥式, (C)–⑧式を代入すると

$$\begin{aligned}
 C^*(x) &= A \exp(\sqrt{ax}) + B \exp(-\sqrt{ax}) \\
 &= \frac{\left(C_L \frac{1}{h1} - \frac{F_K}{G1} \frac{1}{h2} \right) \exp(\sqrt{ax}) + h1h2 \left(\frac{F_K}{G1} \frac{1}{h1} + C_L \frac{1}{h2} \right) \exp(-\sqrt{ax})}{P2} \tag{C)–⑨}
 \end{aligned}$$

ここで, 定常状態での, $X=L$ でのフラックスは, 以下のように表わされる。

$$\begin{aligned}
 F_L &= -DeE \frac{\partial C}{\partial x} \Big|_{x=L} \\
 &= -DeE \frac{\partial}{\partial x} \Big|_{x=L} \frac{\left(C_L \frac{1}{h1} - \frac{F_K}{G1} \frac{1}{h2} \right) \exp(\sqrt{ax}) + h1h2 \left(\frac{F_K}{G1} \frac{1}{h1} + C_L \frac{1}{h2} \right) \exp(-\sqrt{ax})}{P2} \\
 &= -DeE \frac{\sqrt{a}}{P2} \left[\left(\frac{C_L}{h1} - \frac{F_K}{G1} \frac{1}{h2} \right) \exp(\sqrt{aL}) - h1h2 \left(\frac{F_K}{G1} \frac{1}{h1} + C_L \frac{1}{h2} \right) \exp(-\sqrt{aL}) \right] \\
 &= -DeE \frac{\sqrt{a}}{P2} \left[\left(\frac{C_L}{h1} - \frac{F_K}{G1} \frac{1}{h2} \right) h2 - h1 \left(\frac{F_K}{G1} \frac{1}{h1} + C_L \frac{1}{h2} \right) \right] \tag{C)–⑩} \\
 &= -\frac{G1}{P2} \left[C_L \frac{h2}{h1} - \frac{F_K}{G1} - \frac{F_K}{G1} - C_L \frac{h1}{h2} \right] \\
 &= -\frac{G1}{P2} \left[C_L \left(\frac{h2}{h1} - \frac{h1}{h2} \right) - \frac{2F_K}{G1} \right] = \frac{G1}{P2} \left[\frac{2F_K}{G1} + C_L \left(\frac{h1}{h2} - \frac{h2}{h1} \right) \right] \\
 &= \frac{G1}{P2} \left[\frac{2F_K}{G1} + C_L P1 \right] = \frac{2F_K}{P2} + C_L G1 \frac{P1}{P2}
 \end{aligned}$$

$C_L=0$ の場合,

$$F_{LCL0} = \frac{2F_K}{P2} \tag{C) –⑪}$$

ここで, F_{LCL0} は, 与えられたインベントリにおいて $C_L=0$ の場合の定常状態における拡散による放出率を意味する。

【検算】 内側境界条件, $x=K \rightarrow F=F_K$ の確認

$$\begin{aligned}
 & -DeE \frac{\partial C}{\partial x} \Big|_{x=K} \\
 & = -DeE \frac{1}{P2} \frac{\partial}{\partial x} \Big|_{x=K} \left[\left(C_L \frac{1}{h1} - \frac{F_K}{G1} \frac{1}{h2} \right) \exp(\sqrt{a}x) + h1h2 \left(\frac{F_K}{G1} \frac{1}{h1} + C_L \frac{1}{h2} \right) \exp(-\sqrt{a}x) \right] \\
 & = -\frac{G1}{P2} \left[\left(\frac{C_L}{h1} - \frac{F_K}{G1} \frac{1}{h2} \right) \exp(\sqrt{a}K) - h1h2 \left(\frac{F_K}{G1} \frac{1}{h1} + C_L \frac{1}{h2} \right) \exp(-\sqrt{a}K) \right] \\
 & = -\frac{G1}{P2} \left[\left(\frac{C_L}{h1} - \frac{F_K}{G1} \frac{1}{h2} \right) h1 - h2 \left(\frac{F_K}{G1} \frac{1}{h1} + C_L \frac{1}{h2} \right) \right] \\
 & = -\frac{G1}{P2} \left[C_L - \frac{F_K}{G1} \frac{h1}{h2} - \frac{F_K}{G1} \frac{h2}{h1} - C_L \right] \\
 & = \frac{G1}{P2} \frac{F_K}{G1} \left(\frac{h1}{h2} + \frac{h2}{h1} \right) = \frac{G1}{P2} \frac{P2}{G1} F_K = F_K
 \end{aligned}$$

【検算】 外側境界条件, $x=L \rightarrow C(L, t) = C_L$ の確認

$$\begin{aligned}
 C_L & = \frac{\left(\frac{C_L}{h1} - \frac{F_K}{G1} \frac{1}{h2} \right) \exp(\sqrt{a}L) + h1h2 \left(\frac{F_K}{G1} \frac{1}{h1} + C_L \frac{1}{h2} \right) \exp(-\sqrt{a}L)}{P2} \\
 & = \frac{\left(\frac{C_L}{h1} - \frac{F_K}{G1} \frac{1}{h2} \right) h2 + h1h2 \left(\frac{F_K}{G1} \frac{1}{h1} + C_L \frac{1}{h2} \right) \frac{1}{h2}}{P2} \\
 & = \frac{C_L \frac{h2}{h1} - \frac{F_K}{G1} + \frac{F_K}{G1} + C_L \frac{h1}{h2}}{P2} = \frac{C_L \left(\frac{h1}{h2} + \frac{h2}{h1} \right)}{P2} = C_L
 \end{aligned}$$

付録D 内側境界からの放出率一定, 外側境界濃度一定の場合の定常状態
での拡散媒体中の核種量 W_b

内側境界からの放出率が F_K で一定, 外側境界濃度が C_L で一定の場合の定常状態において, 拡散媒体の内側 K から外側 L までの領域 (液相, 固相) に存在する核種量 W_b (Bq) は(B)-1式のように近似される。

$$\begin{aligned} W_b &= \int_K^L [\varepsilon + (1-\varepsilon)Kd\rho] C^*(x) dV_d \cong \int_K^L \{[\varepsilon + (1-\varepsilon)Kd\rho] C^*(x) 2\pi x \ell\} dx \\ &= 2\pi\ell[\varepsilon + (1-\varepsilon)Kd\rho] \int_K^L \{C^*(x)x\} dx = 2\pi\ell\varepsilon R d \int_K^L \{C^*(x)x\} dx \end{aligned} \quad (\text{B})-①$$

(B)-①式に(C)-⑨式を代入して積分を行うと, 以下の関係式が得られる。

$$\begin{aligned} W_b &= 2\pi\ell\varepsilon R d \int_K^L \{C^*x\} dx \\ &= 2\pi\ell\varepsilon R d \int_K^L \left[\frac{\left(C_L \frac{1}{h1} - \frac{F_K}{G1} \frac{1}{h2} \right) \exp(\sqrt{ax}) + h1h2 \left(\frac{F_K}{G1} \frac{1}{h1} + C_L \frac{1}{h2} \right) \exp(-\sqrt{ax})}{P2} \right] x dx \\ &= \frac{(2\pi\ell\varepsilon R d)}{P2} \left[\left(C_L \frac{1}{h1} - \frac{F_K}{G1} \frac{1}{h2} \right) \int_K^L [\exp(\sqrt{ax})] x dx + h1h2 \left(C_L \frac{1}{h2} + \frac{F_K}{G1} \frac{1}{h1} \right) \int_K^L [\exp(-\sqrt{ax})] x dx \right] \end{aligned} \quad (\text{D})-①$$

ここで(B)-③と(B)-④より,

$$\int_K^L [\exp(\sqrt{ax})] x dx = \frac{1}{a} [h2(\sqrt{aL} - 1) - h1(\sqrt{aK} - 1)] \quad (\text{B})-③$$

$$\int_K^L [\exp(-\sqrt{ax})] x dx = \frac{1}{a} \left[\frac{-1}{h2} (\sqrt{aL} + 1) + \frac{1}{h1} (\sqrt{aK} + 1) \right] \quad (\text{B})-④$$

(B)-③式と(B)-④式を(D)-①式に代入して

$$\begin{aligned} W_b &= 2\pi\ell\varepsilon R d \int_K^L \{C^*x\} dx \\ &= \frac{(2\pi\ell\varepsilon R d)}{P2} \left[\left(C_L \frac{1}{h1} - \frac{F_K}{G1} \frac{1}{h2} \right) \int_K^L [\exp(\sqrt{ax})] x dx + h1h2 \left(C_L \frac{1}{h2} + \frac{F_K}{G1} \frac{1}{h1} \right) \int_K^L [\exp(-\sqrt{ax})] x dx \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{(2\pi\ell\epsilon R d)}{P2} \left(C_L \frac{1}{h1} - \frac{F_K}{G1} \frac{1}{h2} \right) \frac{1}{a} \left[h2(\sqrt{a}L - 1) - h1(\sqrt{a}K - 1) \right] \\
&+ \frac{(2\pi\ell\epsilon R d)}{P2} h1 h2 \left(C_L \frac{1}{h2} + \frac{F_K}{G1} \frac{1}{h1} \right) \frac{1}{a} \left[\frac{-1}{h2} (\sqrt{a}L + 1) + \frac{1}{h1} (\sqrt{a}K + 1) \right] \\
&= \frac{2\pi\ell\epsilon R d}{a P2} \left(h2\sqrt{a}L - h2 - h1\sqrt{a}K + h1 \right) \left(C_L \frac{1}{h1} - \frac{F_K}{G1} \frac{1}{h2} \right) \\
&\quad + \frac{2\pi\ell\epsilon R d}{a P2} \left(-h1\sqrt{a}L - h1 + h2\sqrt{a}K + h2 \right) \left(C_L \frac{1}{h2} + \frac{F_K}{G1} \frac{1}{h1} \right) \\
&= \frac{2\pi\ell\epsilon R d}{a P2} C_L \left(h2\sqrt{a}L - h2 - h1\sqrt{a}K + h1 \right) \frac{1}{h1} \\
&\quad + \frac{2\pi\ell\epsilon R d}{a P2} C_L \left(-h1\sqrt{a}L - h1 + h2\sqrt{a}K + h2 \right) \frac{1}{h2} \\
&\quad - \frac{2\pi\ell\epsilon R d}{a P2} \frac{F_K}{G1} \left(h2\sqrt{a}L - h2 - h1\sqrt{a}K + h1 \right) \frac{1}{h2} \\
&\quad + \frac{2\pi\ell\epsilon R d}{a P2} \frac{F_K}{G1} \left(-h1\sqrt{a}L - h1 + h2\sqrt{a}K + h2 \right) \frac{1}{h1} \\
&= \frac{2\pi\ell\epsilon R d}{a P2} C_L \left(\sqrt{a}L \frac{h2}{h1} - \frac{h2}{h1} - \sqrt{a}K + 1 - \sqrt{a}L \frac{h1}{h2} - \frac{h1}{h2} + \sqrt{a}K + 1 \right) \\
&\quad - \frac{2\pi\ell\epsilon R d}{a P2} \frac{F_K}{G1} \left(\sqrt{a}L - 1 - \sqrt{a}K \frac{h1}{h2} + \frac{h1}{h2} + \sqrt{a}L + 1 - \sqrt{a}K \frac{h2}{h1} - \frac{h2}{h1} \right) \\
&= \frac{2\pi\ell\epsilon R d}{a P2} C_L \left(\sqrt{a}L \left(\frac{h2}{h1} - \frac{h1}{h2} \right) - \left(\frac{h2}{h1} + \frac{h1}{h2} \right) + 2 \right) \\
&\quad - \frac{2\pi\ell\epsilon R d}{a P2} \frac{F_K}{G1} \left(2\sqrt{a}L - \sqrt{a}K \left(\frac{h1}{h2} + \frac{h2}{h1} \right) + \left(\frac{h1}{h2} - \frac{h2}{h1} \right) \right) \\
&= \frac{2\pi\ell\epsilon R d}{a P2} C_L \left(-\sqrt{a}L P1 - P2 + 2 \right) - \frac{(2\pi\ell\epsilon R d)}{a(P2)} \frac{F_K}{G1} \left(2\sqrt{a}L - \sqrt{a}K P2 + P1 \right) \\
&= 2\pi\ell\epsilon R d \left[\frac{(2 - \sqrt{a}L P1 - P2)}{P2 a} C_L - \frac{(2\sqrt{a}L - \sqrt{a}K P2 + P1)}{P2 a} \frac{F_K}{G1} \right]
\end{aligned} \tag{D}-②$$

さらに,

$$P3 = \frac{(2\sqrt{a}L - P2\sqrt{a}K + P1)}{a}, \quad P5 = \frac{(2 - P1\sqrt{a}L - P2)}{a} \quad G2 = 2\pi\ell\epsilon R d$$

とおくと

$$W_b = G2 \frac{\left(P5 C_L - P3 \frac{F_K}{G1} \right)}{P2} \tag{D}-③$$

付録 E a を含む指数関数の 2 次の項までのテーラー展開

$$\Delta a = \sqrt{a} = \sqrt{\frac{\lambda \varepsilon R d}{De}}$$

とおくと、半減期が長い核種の場合、または、遅延係数が小さい場合、あるいは、実効拡散係数が大きい場合、($\sqrt{a} \rightarrow 0$) となる。そこで、 \sqrt{a} を微小量として、 \sqrt{a} を含む指数関数を以下のように近似展開する (2 次の項までのテーラー展開)。

$$\exp(\sqrt{a}L) \cong f(0) + f'(0)\Delta a + \frac{1}{2}f''(0)\Delta a^2 = 1 + L\sqrt{a} + \frac{1}{2}L^2a$$

$$\exp(-\sqrt{a}L) \cong 1 - L\sqrt{a} + \frac{1}{2}L^2a$$

$$\exp(\sqrt{a}K) \cong 1 + K\sqrt{a} + \frac{1}{2}K^2a$$

$$\exp(-\sqrt{a}K) \cong 1 - K\sqrt{a} + \frac{1}{2}K^2a$$

$$\exp(\sqrt{a}(K-L)) \cong 1 + (K-L)\sqrt{a} + \frac{1}{2}(K-L)^2a$$

$$\exp(-\sqrt{a}(K-L)) \cong 1 - (K-L)\sqrt{a} + \frac{1}{2}(K-L)^2a$$

よって、

$$\begin{aligned} P1 &= \left(\frac{h1}{h2} - \frac{h2}{h1} \right) = \left(\frac{\exp(\sqrt{a}K)}{\exp(\sqrt{a}L)} - \frac{\exp(\sqrt{a}L)}{\exp(\sqrt{a}K)} \right) \\ &= \exp(\sqrt{a}K)\exp(-\sqrt{a}L) - \exp(\sqrt{a}L)\exp(-\sqrt{a}K) = \exp(\sqrt{a}(K-L)) - \exp(\sqrt{a}(L-K)) \\ &= \exp(\sqrt{a}(K-L)) - \exp(-\sqrt{a}(K-L)) \\ &= \left(1 + (K-L)\sqrt{a} + \frac{1}{2}(K-L)^2a \right) - \left(1 - (K-L)\sqrt{a} + \frac{1}{2}(K-L)^2a \right) \\ &= 2(K-L)\sqrt{a} = -2(L-K)\sqrt{a} \end{aligned}$$

(E)–①

$$\begin{aligned} P2 &= \left(\frac{h1}{h2} + \frac{h2}{h1} \right) = \left(\frac{\exp(\sqrt{a}K)}{\exp(\sqrt{a}L)} + \frac{\exp(\sqrt{a}L)}{\exp(\sqrt{a}K)} \right) \\ &= \exp(\sqrt{a}K)\exp(-\sqrt{a}L) + \exp(\sqrt{a}L)\exp(-\sqrt{a}K) = \exp(\sqrt{a}(K-L)) + \exp(\sqrt{a}(L-K)) \\ &= \exp(\sqrt{a}(K-L)) + \exp(-\sqrt{a}(K-L)) \\ &\cong \left(1 + (K-L)\sqrt{a} + \frac{1}{2}(K-L)^2a \right) + \left(1 - (K-L)\sqrt{a} + \frac{1}{2}(K-L)^2a \right) = 2 + (L-K)^2a \end{aligned}$$

(E)–②

$$\begin{aligned}
P3 &= \frac{(2\sqrt{a}L - P2\sqrt{a}K + P1)}{a} \\
&= \frac{1}{a} (2\sqrt{a}L - (2 + (K - L)^2 a)\sqrt{a}K + 2\sqrt{a}(K - L)) \\
&= \frac{1}{a} (2\sqrt{a}L - 2\sqrt{a}K - (K - L)^2 a\sqrt{a}K + 2\sqrt{a}K - 2\sqrt{a}L) \\
&= \frac{1}{a} (-(K - L)^2 a\sqrt{a}K) = -(K - L)^2 \sqrt{a}K = -(L - K)^2 \sqrt{a}K
\end{aligned}$$

(E)–③

$$\begin{aligned}
P4 &= \frac{(2\sqrt{a}K - P2\sqrt{a}L - P1)}{a} \\
&= \frac{1}{a} (2\sqrt{a}K - (2 + (K - L)^2 a)\sqrt{a}L - 2\sqrt{a}(K - L)) \\
&= \frac{1}{a} (2\sqrt{a}K - 2\sqrt{a}L - (K - L)^2 a\sqrt{a}L - 2\sqrt{a}K + 2\sqrt{a}L) \\
&= \frac{1}{a} (-(K - L)^2 a\sqrt{a}L) = -(K - L)^2 \sqrt{a}L = -(L - K)^2 \sqrt{a}L
\end{aligned}$$

(E)–④

$$\begin{aligned}
P5 &= \frac{(2 - P1\sqrt{a}L - P2)}{a} \\
&= \frac{(2 - 2(K - L)\sqrt{a}\sqrt{a}L - (2 + (K - L)^2 a))}{a} \\
&= \frac{(-2(K - L)aL - (K - L)^2 a)}{a} = 2(L - K)L - (L - K)^2 \\
&= 2L^2 - 2KL - L^2 + 2KL - K^2 = L^2 - K^2
\end{aligned}$$

(E)–⑤

付録F G7, G8, G9, G3G8+G7, 2G4/P2+G3 の2次の項までのテーラー展開

$$G1 = E\sqrt{\lambda\varepsilon RdDe} = EDe\sqrt{a}, \quad G2 = 2\pi\ell\varepsilon Rd$$

$$G3 = \varepsilon_m Rd_m V_m, \quad G4 = \varepsilon_f Rd_f V_f$$

$$G5 = \frac{Q_d}{V_d\varepsilon Rd} = 0, \quad G6 = Q + \frac{De_m E_m}{L_m} + \lambda G3 = Q$$

$$P1 = -2(L-K)\sqrt{a}, \quad P2 = 2 + (L-K)^2 a, \quad P3 = -(L-K)^2 \sqrt{a}K,$$

$$P4 = -(L-K)^2 \sqrt{a}L, \quad P5 = L^2 - K^2$$

場合,

$$\begin{aligned} G7 &= \left(G2 \frac{P3}{P1} + G4 \right) \left(\frac{G6}{G1} P1 - P2 \right) - \left(\frac{G4G5}{G1} + \frac{2}{P1} \right) G2 P4 \\ &= \left(G2 \frac{P3}{P1} + G4 \right) \left(\frac{Q}{G1} P1 - P2 \right) - \frac{2P4}{P1} G2 \\ &= \left(2\pi\ell\varepsilon Rd \frac{(L-K)^2 \sqrt{a}K}{2\sqrt{a}(L-K)} + \varepsilon_f Rd_f V_f \right) \left(-\frac{Q}{EDe\sqrt{a}} 2\sqrt{a}(L-K) - [2 + (L-K)^2 a] \right) \\ &\quad - \frac{2(L-K)^2 \sqrt{a}L}{2\sqrt{a}(L-K)} 2\pi\ell\varepsilon Rd \\ &= \left(\pi\ell\varepsilon Rd(L-K)K + \varepsilon_f Rd_f V_f \right) \left(-\frac{Q}{EDe} 2(L-K) - (2 + (L-K)^2 a) \right) - (L-K)L2\pi\ell\varepsilon Rd \\ &\cong \left(\pi\ell\varepsilon Rd(L-K)K + \varepsilon_f Rd_f V_f \right) \left(-\frac{Q}{EDe} 2(L-K) - 2 \right) - 2(L-K)L\pi\ell\varepsilon Rd \\ &= -2 \left(\pi\ell\varepsilon Rd(L-K)K + \varepsilon_f Rd_f V_f \right) \frac{Q}{EDe} (L-K) \\ &\quad - 2 \left(\pi\ell\varepsilon Rd(L-K)K + \varepsilon_f Rd_f V_f + \pi\ell\varepsilon Rd(L-K)L \right) \\ &= -2 \left[\left(\pi\ell\varepsilon Rd(L-K)K + \varepsilon_f Rd_f V_f \right) \frac{Q}{EDe} (L-K) + \left(\pi\ell\varepsilon Rd(L-K)(L+K) + \varepsilon_f Rd_f V_f \right) \right] \\ &= -2 \left[\left(\pi\ell\varepsilon Rd(L-K)K + \varepsilon_f Rd_f V_f \right) \frac{Q}{EDe} (L-K) + (\varepsilon RdV_d + \varepsilon_f Rd_f V_f) \right] \end{aligned}$$

$$G8 = \left(\frac{G5G2}{G1} P3 - 2 \right) \cong -2$$

$$\begin{aligned}
G9 &= \left(G2 \frac{P3}{P1} + G4 \right) \left(\frac{G6}{G1} - \frac{P1}{P2} \right) P1 - \left(\frac{G4G5}{G1} + \frac{2}{P1} \right) \frac{P1P5}{P2} G2 \\
&= - \left(2\pi\ell \varepsilon R d \frac{(L-K)^2 \sqrt{a} K}{2(L-K)\sqrt{a}} + \varepsilon_f R d_f V_f \right) \left(\frac{Q}{EDe\sqrt{a}} + \frac{2\sqrt{a}(L-K)}{(2+(L-K)^2 a)} \right) 2\sqrt{a}(L-K) \\
&\quad + \left(\frac{2}{2\sqrt{a}(L-K)} \right) \frac{-2\sqrt{a}(L-K)(L^2 - K^2)}{(2+(L-K)^2 a)} 2\pi\ell \varepsilon R d \\
&\cong - (\pi\ell \varepsilon R d K(L-K) + \varepsilon_f R d_f V_f) \left(\frac{Q}{EDe\sqrt{a}} 2\sqrt{a}(L-K) \right) - \frac{2(L^2 - K^2)}{2} 2\pi\ell \varepsilon R d \\
&= - (\pi\ell \varepsilon R d K(L-K) + \varepsilon_f R d_f V_f) \left(\frac{2Q}{EDe} (L-K) \right) - 2\pi\ell \varepsilon R d (L^2 - K^2) \\
&= - \frac{2Q}{EDe} (L-K) (\varepsilon R d \pi\ell (L-K) K + \varepsilon_f R d_f V_f) - 2\varepsilon R d V_d
\end{aligned}$$

$$(G3G8 + G7)$$

$$\begin{aligned}
&= -2\varepsilon_m R d_m V_m - 2 \left[(\pi\ell \varepsilon R d (L-K) K + \varepsilon_f R d_f V_f) \frac{Q}{EDe} (L-K) + (\varepsilon R d V_d + \varepsilon_f R d_f V_f) \right] \\
&= -2 \left[(\pi\ell \varepsilon R d (L-K) K + \varepsilon_f R d_f V_f) \frac{Q}{EDe} (L-K) + (\varepsilon R d V_d + \varepsilon_f R d_f V_f + \varepsilon_m R d_m V_m) \right]
\end{aligned}$$

$$\left(\frac{2G4}{P2} + G3 \right) = \left(\frac{2\varepsilon_f R d_f V_f}{(2+(K-L)^2 a)} + \varepsilon_m R d_m V_m \right) \cong (\varepsilon_f R d_f V_f + \varepsilon_m R d_m V_m)$$

付録 G 瞬時溶出の条件において、内側境界条件が機能しなくなることの確認

瞬時溶出の場合、内側境界で濃度一定の場合の廃棄体中の初期の核種量 I_0 と定常状態での廃棄体からの核種の放出率 F_K の関係式 2.8-(5)式と内側境界で放出率一定の場合の廃棄体中の初期の核種量 I_0 と定常状態での廃棄体からの核種の放出率 F_K の関係式 2.8-(6)式が等しくなることを確認する。

瞬時溶出の場合に 2.8-(5)式と 2.8-(6)式が等しいことを示すためには、内側境界で濃度一定の条件から求められる瞬時溶出の場合の F_K と内側境界で放出率一定の条件から求められる瞬時溶出の場合の F_K が等しいことを示す必要がある。

内側境界で濃度一定の場合の廃棄体からの一定放出率 F_K は 2.8-(3)式で以下のように与えられている。この場合の C_K は瞬時溶出に相当する大きな値である。

$$F_K = -DeE \left. \frac{\partial C}{\partial x} \right|_{x=K} = -\frac{G1}{P1} (P2C_K - 2C_L) \quad 2.8-(3)$$

一方、内側境界で放出率一定の場合の内側境界濃度 C_K は、与条件である廃棄体からの一定放出率 F_K を用いて、2.2.2-(1)式より以下のように与えられる。この場合の F_K は瞬時溶出に相当する大きな値である。

$$\begin{aligned} C_K &= \frac{\left(C_L \frac{1}{h1} - \frac{F_K}{G1} \frac{1}{h2} \right) \exp(\sqrt{a}K) + h1h2 \left(\frac{F_K}{G1} \frac{1}{h1} + C_L \frac{1}{h2} \right) \exp(-\sqrt{a}K)}{P2} \\ &= \frac{\left(C_L \frac{1}{h1} - \frac{F_K}{G1} \frac{1}{h2} \right) h1 + h1h2 \left(\frac{F_K}{G1} \frac{1}{h1} + C_L \frac{1}{h2} \right) \frac{1}{h1}}{P2} = \frac{\left(C_L - \frac{F_K}{G1} \frac{h1}{h2} \right) + \left(\frac{F_K}{G1} \frac{h2}{h1} + C_L \right)}{P2} \\ &= \frac{\left(2C_L - \frac{F_K}{G1} \left(\frac{h1}{h2} - \frac{h2}{h1} \right) \right)}{P2} = \frac{\left(2C_L - \frac{F_K}{G1} P1 \right)}{P2} = \left(C_L \frac{2}{P2} - F_K \frac{P1}{G1P2} \right) \end{aligned}$$

上式を変形すると

$$F_K = -\frac{G1}{P1} (P2C_K - 2C_L)$$

これらの結果から、瞬時溶出の場合の内側境界で放出率一定の条件から求められる廃棄体から拡散媒体への放出率 F_K は、2.8-(3)式で表わされる濃度一定の条件から求められる廃棄体から拡散媒体への放出率 F_K と等しい表現であることがわかる。これらの値が等しいことを示すためには、瞬時溶出において、内側境界で濃度一定の場合の C_L 、 C_K と内側境界で放出率一定の場合の C_L 、 C_K が等しいことを示す必要がある。

①内側境界で濃度一定の場合の C_L と放出率一定の場合の C_L が等しいことの確認

内側境界で濃度一定の場合の C_L と放出率一定の場合の C_L は、それぞれ以下のように表わされる。

$$\text{濃度一定の場合, 2.2.1-(8)式より, } C_L = \frac{I_0}{(G3G8 + G7)} G8$$

放出率一定の場合, 2.2.2-(8)式より

$$C_L = \frac{I_0}{\left(\frac{2G4}{P2} + G3\right)G8 + G9} G8 = \frac{I_0}{G3G8 + \frac{2G4}{P2}G8 + G9} G8$$

ここでは、これらが等しいことを示す。

2.2.1-(8)式と 2.2.2-(8)式の比較から、これらが等しいことを示すためには、

$$G7 = \frac{2G4}{P2} G8 + G9$$

を示せばよいことがわかる。ここで、

$$G9 = \left(G2 \frac{P3}{P1} + G4\right) \left(\frac{G6}{G1} P1 - \frac{P1}{P2} P1\right) - \left(\frac{G4G5}{G1} + \frac{2}{P1}\right) G2 \frac{P1P5}{P2}$$

$$G7 = \left(G2 \frac{P3}{P1} + G4\right) \left(\frac{G6}{G1} P1 - P2\right) - \left(\frac{G4G5}{G1} + \frac{2}{P1}\right) G2 P4 \quad G8 = \left(\frac{G5G2}{G1} P3 - 2\right)$$

である。これらを

$$G7 = \frac{2G4}{P2} G8 + G9$$

に代入すると左辺は

$$G7 = \left(G2 \frac{P3}{P1} + G4\right) \frac{G6}{G1} P1 - \left(G2 \frac{P3}{P1} + G4\right) P2 - \left(\frac{G4G5}{G1} + \frac{2}{P1}\right) G2 P4$$

右辺は

$$\begin{aligned} \frac{2G4}{P2} G8 + G9 &= 2 \frac{P3}{P2} \frac{G2G4G5}{G1} - 4 \frac{G4}{P2} \\ &+ \left(G2 \frac{P3}{P1} + G4\right) \frac{G6}{G1} P1 - \left(G2 \frac{P3}{P1} + G4\right) \frac{P1P1}{P2} - \left(\frac{G4G5}{G1} + \frac{2}{P1}\right) G2 \frac{P1P5}{P2} \end{aligned}$$

これらを整理して、

$$\begin{aligned} & - \left(G2 \frac{P3}{P1} + G4\right) P2 + \left(G2 \frac{P3}{P1} + G4\right) \frac{P1}{P2} P1 - \left(\frac{G4G5}{G1} + \frac{2}{P1}\right) G2 P4 + \left(\frac{G4G5}{G1} + \frac{2}{P1}\right) G2 \frac{P1P5}{P2} \\ &= 2 \frac{P3}{P2} \frac{G2G4G5}{G1} - 4 \frac{G4}{P2} \end{aligned}$$

左辺を展開すると

$$\begin{aligned} & \left(G2 \frac{P3}{P1} + G4 \right) \frac{P1}{P2} P1 - P2 \left(G2 \frac{P3}{P1} + G4 \right) + \left(\frac{G4G5}{G1} + \frac{2}{P1} \right) G2 \frac{P1P5}{P2} - G2P4 \left(\frac{G4G5}{G1} + \frac{2}{P1} \right) \\ & = G2P3 \left(\frac{P1}{P2} - \frac{P2}{P1} \right) + G4 \left(\frac{P1P1}{P2} - P2 \right) + G2 \frac{P5}{P2} \left(\frac{G4G5}{G1} P1 + 2 \right) - \frac{G2G4G5}{G1} P4 - 2G2 \frac{P4}{P1} \end{aligned}$$

ここで,

$$\frac{P5}{P2} = \frac{(2 - P1\sqrt{a}L - P2)}{aP2}$$

$$\left(\frac{P1}{P2} - \frac{P2}{P1} \right) = \frac{\left(\frac{h1}{h2} - \frac{h2}{h1} \right)}{\left(\frac{h1}{h2} + \frac{h2}{h1} \right)} - \frac{\left(\frac{h1}{h2} + \frac{h2}{h1} \right)}{\left(\frac{h1}{h2} - \frac{h2}{h1} \right)} = \frac{-4}{\left(\frac{h1}{h2} + \frac{h2}{h1} \right) \left(\frac{h1}{h2} - \frac{h2}{h1} \right)} = \frac{-4}{P2P1}$$

$$\left(\frac{P1P1}{P2} - P2 \right) = \frac{\left(\frac{h1}{h2} - \frac{h2}{h1} \right) \left(\frac{h1}{h2} - \frac{h2}{h1} \right)}{\left(\frac{h1}{h2} + \frac{h2}{h1} \right)} - \left(\frac{h1}{h2} + \frac{h2}{h1} \right) = \frac{-4}{\left(\frac{h1}{h2} + \frac{h2}{h1} \right)} = \frac{-4}{P2}$$

$$\frac{P4}{P1} = \frac{(2\sqrt{a}K - P2\sqrt{a}L - P1)}{aP1}$$

これらを代入することによって, 左辺は,

$$\begin{aligned} & = G2P3 \left(\frac{P1}{P2} - \frac{P2}{P1} \right) + G4 \left(\frac{P1P1}{P2} - P2 \right) + G2 \frac{P5}{P2} \left(\frac{G4G5}{G1} P1 + 2 \right) - \frac{G2G4G5}{G1} P4 - 2G2 \frac{P4}{P1} \\ & = -4 \frac{P3}{P2} \frac{G2}{P1} - 4 \frac{G4}{P2} + \left(G2 \frac{(2 - P1\sqrt{a}L - P2) G4G5}{aP2} P1 + 2G2 \frac{(2 - P1\sqrt{a}L - P2)}{aP2} \right) \\ & \quad - G2G4G5 \frac{(2\sqrt{a}K - P2\sqrt{a}L - P1)}{aG1} - 2G2 \frac{(2\sqrt{a}K - P2\sqrt{a}L - P1)}{aP1} \\ & = -4G2 \frac{P3}{P1P2} - 4G4 \frac{1}{P2} + \frac{G2G4G5}{G1} \frac{2P3}{P2} + 4G2 \frac{1}{a} \frac{1}{P1P2} (P1 - P2\sqrt{a}K + 2\sqrt{a}L) \\ & = -4G4 \frac{1}{P2} + \frac{G2G4G5}{G1} \frac{2P3}{P2} = 2 \frac{P3}{P2} \frac{G2G4G5}{G1} - \frac{4G4}{P2} \end{aligned}$$

=右辺

②内側境界で濃度一定の場合の C_K と放出率一定の場合の C_K が等しいことの確認

濃度一定の場合の C_K と放出率一定の場合の C_K は、それぞれ以下のように表わされる。

濃度一定の場合、2.2.1-(9)式より

$$\begin{aligned} C_K &= \frac{I_0}{(G3G8 + G7)} \left[\left(\frac{G6}{G1} P1 - P2 \right) - \left(\frac{G2G5}{G1} P4 \right) \right] \\ &= \frac{I_0}{(G3G8 + G7)} \left[\frac{G6}{G1} P1 - P2 - \frac{G2G5}{G1} P4 \right] \end{aligned}$$

放出率一定の場合の C_K は、2.2.2-(1)式より

$$\begin{aligned} C_K &= \frac{\left(C_L \frac{1}{h1} - \frac{F_K}{G1} \frac{1}{h2} \right) \exp(\sqrt{a}K) + h1h2 \left(\frac{F_K}{G1} \frac{1}{h1} + C_L \frac{1}{h2} \right) \exp(-\sqrt{a}K)}{P2} \\ &= \frac{\left(C_L \frac{1}{h1} - \frac{F_K}{G1} \frac{1}{h2} \right) h1 + h1h2 \left(\frac{F_K}{G1} \frac{1}{h1} + C_L \frac{1}{h2} \right) \frac{1}{h1}}{P2} = \frac{\left(C_L - \frac{F_K}{G1} \frac{h1}{h2} \right) + \left(\frac{F_K}{G1} \frac{h2}{h1} + C_L \right)}{P2} \\ &= \frac{\left(2C_L - \frac{F_K}{G1} \left(\frac{h1}{h2} - \frac{h2}{h1} \right) \right)}{P2} = \frac{\left(2C_L - \frac{F_K}{G1} P1 \right)}{P2} = \left(C_L \frac{2}{P2} - F_K \frac{P1}{G1P2} \right) \end{aligned}$$

放出率一定の場合の C_L を表す2.2.2-(8)式より

$$C_L = \frac{I_0}{\left(\frac{2G4}{P2} + G3 \right) G8 + G9} G8$$

また、放出率一定の場合の F_K を表す2.2.2-(9)式より

$$\begin{aligned} F_K &= \frac{I_0}{\left(\frac{2G4}{P2} + G3 \right) G8 + G9} G1 \left(\frac{G2G5}{G1} P5 + P1 - \frac{G6}{G1} P2 \right) \\ &= \frac{C_L}{G8} G1 \left(\frac{G2G5}{G1} P5 + P1 - \frac{G6}{G1} P2 \right) \end{aligned}$$

放出率一定の場合の C_K の式に上記の放出率一定の場合の C_L と F_K を代入すると

$$\begin{aligned}
C_k &= \left(C_L \frac{2}{P_2} - F_k \frac{P_1}{G_1 P_2} \right) = \left(C_L \frac{2}{P_2} - \frac{C_L}{G_8} G_1 \left(\frac{G_2 G_5}{G_1} P_5 + P_1 - \frac{G_6}{G_1} P_2 \right) \frac{P_1}{G_1 P_2} \right) \\
&= \left(C_L \frac{2}{P_2} - \frac{C_L}{G_8} \left(\frac{G_2 G_5}{G_1} P_5 + P_1 - \frac{G_6}{G_1} P_2 \right) \frac{P_1}{P_2} \right)
\end{aligned}$$

放出率一定の場合の C_L と濃度一定の場合の C_L が等しいことから、
上式に、濃度一定の場合の C_L を代入すると

$$\begin{aligned}
C_k &= \left(C_L \frac{2}{P_2} - \frac{C_L}{G_8} \left(\frac{G_2 G_5}{G_1} P_5 + P_1 - \frac{G_6}{G_1} P_2 \right) \frac{P_1}{P_2} \right) \\
&= \frac{I_0}{(G_3 G_8 + G_7)} G_8 \left(\frac{2}{P_2} - \frac{1}{G_8} \left(\frac{G_2 G_5}{G_1} P_5 + P_1 - \frac{G_6}{G_1} P_2 \right) \frac{P_1}{P_2} \right) \\
&= \frac{I_0}{(G_3 G_8 + G_7)} \left(\frac{G_6}{G_1} P_1 - \frac{P_1 P_1}{P_2} + \frac{2}{P_2} \left(\frac{G_2 G_5}{G_1} P_3 - 2 \right) - \frac{G_2 G_5}{G_1} \frac{P_1 P_5}{P_2} \right)
\end{aligned}$$

上式が、2.2.1-(9)式

$$C_k = \frac{I_0}{(G_3 G_8 + G_7)} \left[\frac{G_6}{G_1} P_1 - P_2 - \frac{G_2 G_5}{G_1} P_4 \right]$$

と等しくなるためには、

$$-\frac{P_1 P_1}{P_2} + \frac{2}{P_2} \left(\frac{G_2 G_5}{G_1} P_3 - 2 \right) - \frac{G_2 G_5}{G_1} \frac{P_1 P_5}{P_2} + P_2 + \frac{G_2 G_5}{G_1} P_4 = 0$$

を示せばよい。

$$\begin{aligned}
&-\frac{P_1 P_1}{P_2} + \frac{2}{P_2} \left(\frac{G_2 G_5}{G_1} P_3 - 2 \right) - \frac{G_2 G_5}{G_1} \frac{P_1 P_5}{P_2} + P_2 + \frac{G_2 G_5}{G_1} P_4 \\
&= \frac{G_2 G_5}{G_1} \left(2 \frac{P_3}{P_2} + P_4 - \frac{P_1 P_5}{P_2} \right) - \left(\frac{P_1 P_1 + 4 - P_2 P_2}{P_2} \right) = \frac{G_2 G_5}{G_1} \left(2 \frac{P_3}{P_2} + P_4 - \frac{P_1 P_5}{P_2} \right)
\end{aligned}$$

ここで、

$$\frac{P_3}{P_2} = \frac{(2\sqrt{a}L - P_2\sqrt{a}K + P_1)}{aP_2},$$

$$P_4 = \frac{(2\sqrt{a}K - P_2\sqrt{a}L - P_1)}{a}$$

$$\frac{P_1 P_5}{P_2} = \frac{P_1}{P_2} \frac{(2 - P_1\sqrt{a}L - P_2)}{a}$$

$$\left(2 \frac{P_3}{P_2} + P_4 - \frac{P_1 P_5}{P_2} \right) = \frac{4\sqrt{a}L - P_2 P_2 \sqrt{a}L + P_1 P_1 \sqrt{a}L}{aP_2} = \frac{4\sqrt{a}L - \sqrt{a}L(P_2 P_2 - P_1 P_1)}{aP_2} = 0$$

原子力発電環境整備機構

(略称:原環機構)

Nuclear Waste Management Organization of Japan (NUMO)